

ВИСВІТЛЕННЯ ПРОТИРІЧ КЛАСИЧНОЇ СТАТИСТИКИ В КУРСІ ТЕРМОДИНАМІКИ ТА СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ

I.O. Мороз

Анотація

Аналізується протиріччя в теорії М. Планка про розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла.

Summary

Contradiction is analysed in the theory of M. Planka about distributing of energy in a spectrum black body.

Ключові слова: теплоємність металів, теплове випромінювання, статистика Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака, теорія Планка, бозе-газ

Keywords: heat capacity of metals, caloradiance, Boze-Einstein, and Farm-Diraka statistics, Plank theory, boze-gas.

У більшості навчальних посібників зі статистичної фізики та термодинаміки (як радянського періоду, так і сучасного) після викладення основ статистичної фізики й термодинаміки та розгляду ідеального та реального газів, твердих тіл, інших питань, у яких термодинамічний та статистичний методи приводять до значних й успішних результатів, наводяться й протиріччя, які не може пояснити класична, чи навіть квазістатична статистика. Зазвичай такими протиріччями називаються протиріччя, пов'язані з вкладом електронного газу в теплоємність металів, та неможливість пояснення законів теплового випромінювання, зокрема – теоретичного одержання розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла.

Зрозуміло, що в подальшому застосування квантових статистик Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака дозволяє ці протиріччя пояснити. Але на початковому етапі, особливо при вивченні загальної фізики, розв'язання протиріч, пов'язаних з тепловим випромінюванням, пов'язують виключно з Планком. Він, як відомо, ввів гіпотезу про розповсюдження світла у вигляді

квантів й одержав закон розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла, який дозволяє теоретично отримати всі закони теплового випромінювання. Але нескладний аналіз показує, що пояснення Планком розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла приводить до нового протиріччя, яке теж неможливо пояснити в рамках квазікласичної теорії Планка. Протиріччя, про яке йде мова, погано висвітлене у навчальній літературі та практиці викладання фізики, особливо у курсах загальної фізики, і це створює умови для неправильного розуміння студентами питання про теорію теплового випромінювання. У студентів природно виникає запитання: «Якщо теорія Планка правильно описує розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла і дозволяє отримати теоретичним шляхом усі закони теплового випромінювання, то навіщо ще раз розглядати ці ж питання на основі статистики Бозе-Ейнштейна?»

Тому при аналізі протиріч, пов'язаних з тепловим випромінюванням, зрозуміло, що в першу чергу необхідно відзначити широке застосування відомої формули Планка про середню енергію квантового осцилятора для пояснення багатьох питань, наприклад, пов'язаних з теорією теплоємності газів і твердих тіл, а також видатну роль, яку зіграла у розвитку фізики сама ідея Планка про квантування енергії. Але при цьому потрібно висвітлити й недоліки в теорії Планка. Пропонуємо це зробити, наприклад, наступним чином.

Дійсно, Планк припустив, що енергія кожного виду коливань електромагнітного поля у порожнині пропорційна величині $h\nu$. Енергія одного фотона дорівнює¹ $\varepsilon = h\nu$, де постійна h згодом отримала назву постійної Планка. У 1905 році Ейнштейн для пояснення законів фотоефекту, розвинув ідею Планка і припустив, що світло не лише випромінюється окремими порціями – квантами, але й розповсюджується та поглинається

¹ Розв'язок квантово-механічного рівняння руху осцилятора визначає спектр його можливих енергій у

вигляді: $\varepsilon_{n(\text{osci})} = h\nu \left(n + \frac{1}{2} \right)$, $n = 0, 1, 2, \dots$

окремими порціями. Квант енергії електромагнітної хвилі одержав назву фотон, і його можна розглядати як частинку, яка не має маси спокою, але у всіх інших характеристиках вона не відрізняється від звичайних частинок речовини. У цьому й полягає одна із принципових труднощів квазікласичної теорії Планка. Річ у тому, що велика сукупність невзаємодіючих частинок – квантів з різною частотою, якою є рівноважне теплове випромінювання, утворює практично неперервний спектр енергії. Фотони теплового випромінювання рухаються хаотично, і тому таку систему можна вважати класичною й застосовувати для неї, наприклад, розподіл Максвелла-Больцмана. Тоді, відповідно до розподілу Максвелла-Больцмана, число фотонів, імпульс яких лежить в інтервалі від p до $p + dp$, повинно дорівнювати:

$$dn(p) = \text{const} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{\theta}} p^2 dp.$$

Для фотонів $\varepsilon = h\nu$, $p = \frac{h\nu}{c}$. Підставляючи ці формули в попередній вираз, одержимо число фотонів в інтервалі частот від ν до $\nu + d\nu$:

$$dn(\nu) = \text{const} \cdot e^{-\frac{h\nu}{\theta}} \nu^2 d\nu.$$

Тоді енергія випромінювання у даному інтервалі частот буде, очевидно, рівною:

$$dE(\nu, \theta) = h\nu \cdot dn(\nu) = \text{const} \cdot \nu^3 \cdot e^{-\frac{h\nu}{\theta}} d\nu.$$

Звідси знаходимо вираз для розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла:

$$\rho_{\nu, T} = \frac{dE(\nu, \theta)}{d\nu} = h\nu \cdot dn(\nu) = \text{const} \cdot \nu^3 \cdot e^{-\frac{h\nu}{\theta}},$$

яка збігається з формулою Віна і лише у області великих частот співпадає з експериментом.

Тому розв'язок М. Планком проблеми «ультрафіолетової катастрофи»

не можна розглядати як завершальний етап у вивченні теплового випромінювання

Таким чином, розглянувши вказане протиріччя, у студентів виникає розуміння, що уявлення теорії Планка про фотонний газ недостатньо правильне, тому постає питання про правильне пояснення законів теплового випромінювання.

Із погляду сучасної фізики випромінювання абсолютно чорного тіла є сукупністю великого числа особливих частинок – фотонів, які випромінюються і поглинаються поверхнею чорного тіла і між цими подіями рухаються хаотично. Фотони, як відомо, володіють цілим спіном і практично між собою не взаємодіють, тому фотонний газ є ідеальним квантовим газом, структурними частинками якого є фотони, й описувати його потрібно розподілом Бозе-Ейнштейна.

На відміну від молекулярних або атомарних систем бозе-газу, системи фотонного газу не можуть мати будь-яку кількість частинок. Якщо, наприклад, фотонний газ існує у деякій порожнині, то при зменшенні об'єму при постійній температурі стінки порожнини будуть більше фотонів поглинати, ніж випромінювати, і при зменшенні об'єму до нуля всі фотони поглинуться. Тому в стані рівноваги фотонного газу при заданому об'ємі й температурі в ньому може бути лише цілком певна кількість частинок (фотонів), тобто для такої системи незалежними параметрами будуть V, T, N . Як відомо, при таких незалежних параметрах властивостями характеристичних функцій володіє вільна енергія, яка в стані рівноваги має мінімальне значення. Тому за умови $T = const$ і $V = const$, $\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,T} = 0$, але

$\left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{V,T} = \mu$ – це хімічний потенціал. Отже, хімічний потенціал фотонного газу

дорівнює нулю. Цей висновок можна одержати також із безпосереднього розрахунку термодинамічного потенціалу Гіббса фотонного газу. Тому, згідно з розподілом Бозе-Ейнштейна, кількість фотонів, енергія яких лежить

у межах від ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ запишеться у вигляді:

$$dn = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i}{\theta}} - 1} \cdot \frac{d\Gamma}{h^3}. \quad (\text{I})$$

Застосуємо цей вираз для отримання емпіричних законів випромінювання абсолютно чорного тіла (розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, закон Стефана-Больцмана та закон зсуву Віна). Скористаємося також тим, що фазовий об'єм частинок може бути записаний у вигляді $d\Gamma = 4\pi p^2 dp \cdot dV$, а імпульс фотона пов'язаний з його енергією $p = \frac{h\nu}{c}$, тоді $d\Gamma = 4\pi \frac{h^3}{c^3} \nu^2 d\nu \cdot dV$.

Підставивши даний вираз в (I), перейдемо від розподілу за енергією до розподілу за частотою, тобто одержимо кількість фотонів з частотою від ν до $\nu + d\nu$. Врахуємо при цьому, що фотони, як електромагнітні хвилі, можуть мати дві взаємно перпендикулярних поляризації або, що те ж саме, що спін фотонів може мати дві орієнтації: по напрямку розповсюдження і проти. Тоді:

$$dn = \frac{8\pi\nu^2 d\nu \cdot dV}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}. \quad (\text{II})$$

Енергія електромагнітного випромінювання у згаданому інтервалі частот при заданій температурі в об'ємі V буде дорівнювати:

$$dE(\nu, T) = h\nu \cdot dn = \frac{8\pi h\nu^3 d\nu \cdot V}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}, \quad (\text{III})$$

а спектральна густина енергії $d\varepsilon_{(\nu, T)} = \frac{dE(\nu, T)}{d\nu}$, що характеризує розподіл енергії у спектрі абсолютно чорного тіла визначиться виразом:

$$\varepsilon_{(\nu, T)} = \frac{8\pi h\nu^3 V}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}. \quad (\text{IV})$$

Це і є відома формула Планка, яку він одержав, припустивши, що електромагнітна енергія випромінюється окремими порціями - квантами. Формула (IV), на відміну від класичних формул Релея-Джінса і Віна,

правильно описує експериментальні дані у всьому інтервалі частот. Незавжди побачити, що з формули Планка при $h\nu \gg kT$ одержуємо формулу Віна, а при $h\nu \ll kT$ - формулу Релея-Джінса. Дійсно, у випадку $h\nu \gg kT$ одиницею в знаменнику можна знехтувати. Тоді одержимо формулу, яку для пояснення розподілу енергії у спектрі абсолютно чорного тіла (в рамках класичної фізики) вивів Він.

У випадку довгих хвиль ($h\nu \ll kT$), $e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$. Тоді:

$$\varepsilon_{(\nu,T)} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot V \cdot kT. \quad (IV)$$

Одержали формулу Релея-Джінса, яка задовільно узгоджується з експериментальною кривою розподілу енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла лише у області довгих хвиль.

Інтегруючи вираз (III), можна знайти сумарну енергію випромінювання у даному об'ємі (закон Стефана-Больцмана), аналіз на екстремум виразу (IV) дозволяє одержати відомий із дослідів закон зсуву Віна.

Таким чином, послідовний аналіз протиріч, пов'язаних з рівноважним тепловим випромінюванням, створює надійне підґрунтя для розвитку інтересу та правильного засвоєння студентами одного із важливих питань статистичної фізики – вивчення квантових газів.

Література

1. Василевский А. С., Мултановский В. В. Статистическая физика и термодинамика. – М. Просвещение, 1985.
2. Степан Королюк, Степан Мельничук, Олександр Валь. Основи статистичної фізики та термодинаміки. – Чернівці. – Книги –XXI, 2004.
3. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. – М.: Наука, 1983.
4. Румер Ю. Б., Рывкин М. М. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. – М.: Наука, 1972.