

**Елементарна теорія намагнічення
парамагнетиків у системі підготовки вчителя фізики**

Аналізується стан викладання деяких питань електродинаміки суцільних середовищ. Розглядається методика подання у навчальному процесі підготовки вчителя фізики механізму впливу парамагнетиків на зовнішнє магнітне поле.

Ключові слова: магнітний момент, теорія Ланжевена, обертальний момент, вектор намагнічення.

Постановка проблеми. Успішна робота вчителя фізики залежить не лише від рівня засвоєння ним фундаментальних законів фізики, але й від розуміння можливості їх прикладного використання. Особливу роль в цьому плані відіграють закони електродинаміки, оскільки принцип роботи всіх технічних засобів, які відіграють виняткову роль в побуті та промисловості, базується на законах електромагнетизму. Отже теорія магнітних та електричних явищ, побудова теорії електромагнітного поля та аналіз причин впливу речовини на зовнішнє поле – це той мінімум знань, яким повинні оволодіти майбутні вчителі, щоб вони у своїй подальшій роботі у якості вчителя на належному рівні викладали не лише відповідні питання фізики, але й з успіхом розглядати важливі прикладні питання (принцип роботи електродвигунів, генераторів, трансформаторів тощо). Тому зазначені питання в системі підготовки вчительських кадрів з фізики повинні мати достатньо повне і сучасне науково-методичне обґрунтування.

Аналіз актуальних досліджень показує, що над розробкою і висвітленням методики навчання електродинаміки працюють багато провідних науковців-методистів з фізики. Високо оцінюючи дослідження вітчизняних авторів у визначенні ролі та місця електродинаміки в системі підготовки вчителів фізики і в розбудові методики її подання у навчальному процесі, зазначимо, що їх розробки здебільшого присвячені методиці навчання загальної фізики та шкільного курсу фізики [1-5]. Методика навчання електромагнітних явищ в курсі теоретичної фізики довгий час залишалась поза увагою методичної науки. Відомі праці О.А. Коновала з методики навчання електромагнетизму на основі спеціальної теорії відносності у вищих навчальних закладах [6] не вирішили всіх питань, оскільки в них розроблена сучасна методика вивчення електричних і магнітних явищ лише в вакуумі (електродинаміка вакуума). Вплив речовини на зовнішнє електричне чи магнітне поле в навчально-методичній літературі до тепер розглядаються лише на рівні навчальних посібників [7, 8] і тому проблема побудови методики викладання питань електродинаміки суцільних середовищ потребують невідкладної уваги.

Тема «Електромагнітне поле при наявності речовини» включає широкий спектр невирішених методичних питань, який неможливо освітити в одній статті. Тому **метою даної статті** є узагальнення методичних доробок викладання лише питання про механізм впливу парамагнетиків на зовнішнє магнітне поле і розробка оптимальної методики навчання зазначеного питання, яка б поєднувала наукову точність у викладанні з лаконічністю і доступністю сприйняття матеріалу.

Виклад основного матеріалу. Із загального курсу фізики студенти знають, що в природі існують речовини, які підсилюють зовнішнє магнітне поле. До таких речовин відносяться пара і феромагнетики. Феромагнетизм – це типове квантове явище і тому воно не має адекватного пояснення в класичній електродинаміці. Теорія парамагнетизму, навпаки, була розроблена французьким фізиком П. Ланжевром (1905 р.) ще до створення

квантової фізики і її вивчення повинно займати гідне місце в підготовці вчителя фізики.

Парамагнетиками називають речовини, у яких атоми (молекули) навіть у відсутності зовнішнього магнітного поля, мають власний магнітний момент. У відсутності зовнішнього магнітного поля, внаслідок теплового руху, магнітні моменти молекул парамагнетика дуже часто змінюють свою орієнтацію, тому в достатньо великому об'ємі їх орієнтація є хаотичною (рис. 1,а) і вектор намагнічення завжди дорівнює нулю. Проте при внесенні таких

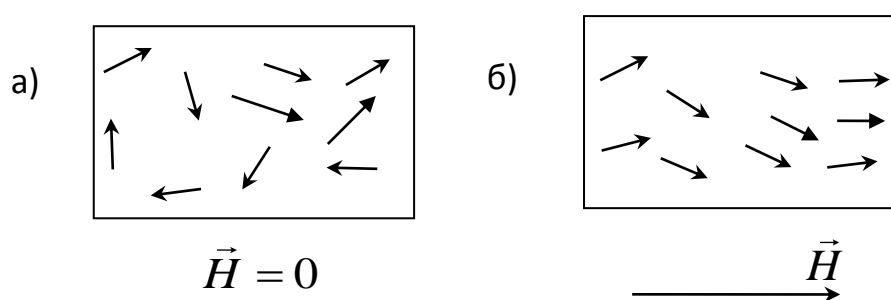


Рис. 1. Модель парамагнетика поза полем (а) і у зовнішньому магнітному полі (б)

речовин у зовнішнє магнітне поле на замкнуті молекулярні струми, що створюють магнітний момент молекул, починає діяти обертальний момент $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$, який прагне зорієнтувати магнітні моменти молекул уздовж зовнішнього магнітного поля [9]. Проте поведінка магнітного моменту в зовнішньому магнітному полі не зводиться до їх простого повороту в напрямі вектора індукції зовнішнього поля. Річ у тому, що магнітний момент молекулярного струму створюється електронами, які рухаються по замкнутій круговій траєкторії і мають момент імпульсу, який, за відсутності зовнішніх сил, повинен зберігатися у часі. У зовнішньому магнітному полі зміна моменту імпульсу відбувається під дією моменту зовнішніх сил (сила Лоренца) і описується теоремою про зміну моменту імпульсу: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$. Тому повинна виникнути прецесія власних магнітних моментів відносно напрямку магнітної індукції зовнішнього магнітного поля. При цьому кожен круговий

струм, пов'язаний з рухом електронів по орбіті, отримає додатковий магнітний момент, направлений проти поля (діамагнітний ефект), але переважної орієнтації власних магнітних моментів не виникне. Переважна орієнтація магнітних моментів молекулярних струмів уздовж зовнішнього магнітного поля може створитися зовнішнім полем лише при включенні додаткової взаємодії – взаємодії між молекулами. Закономірності цієї взаємодії носять дуже складний характер і у рамках класичної електродинаміки результат цієї взаємодії можна лише змодельовати якимсь гальмуванням, що призводить до зменшення кута прецесії. Причому стан статистичної рівноваги магнітних моментів забезпечується двома конкуруючими чинниками:

- взаємодія із зовнішнім полем і зіткнення молекул між собою орієнтують магнітні моменти уздовж поля;

- тепловий рух, за допомогою того ж таки зіткнення між молекулами, розорієнтовує вектори магнітних моментів. Отже, ступінь намагнічення парамагнетика повинен залежати від конкретних фізичних умов – величини зовнішнього поля і температури.

У результаті дії цих двох конкуруючих чинників, як вже наголошувалося, встановиться деяка переважна орієнтація магнітних моментів вздовж поля, що схематично показано на рис. 1,б.

Якщо початки всіх векторів власних магнітних моментів молекул звести в одну точку, то одержана картинка нагадуватиме своєрідний їжачок (рис. 2). Причому зрозуміло, що ми маємо справу із просторовою картиною.

Позначимо кути, які утворюють магнітні моменти з напрямком зовнішнього поля через θ_i . Тоді чисельне значення вектора намагнічення \bar{P}_m парамагнетика у магнітному полі можна виразити таким чином:

$$P_m = \frac{p_{1m} \cos \theta_1 + p_{2m} \cos \theta_2 + \dots + p_{Nm} \cos \theta_n}{V},$$

де p_{im} - значення магнітного моменту окремих молекул, V - об'єм парамагнетика. Для однорідної речовини цей вираз можна записати у такому вигляді:

$$P_m = \frac{p_m \sum_i \cos Q_i}{V} = p_m n \langle \cos \theta \rangle,$$

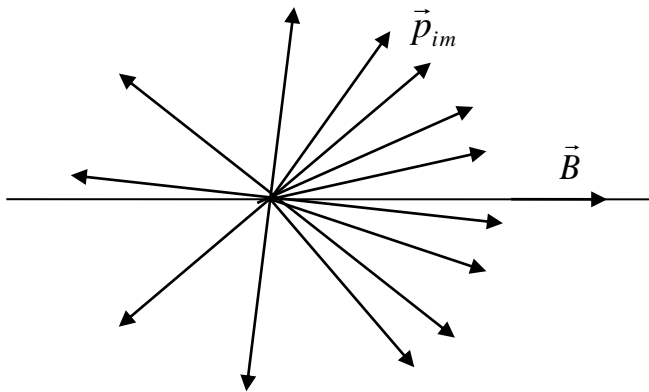


Рис. 2. Вектори магнітних моментів молекул парамагнетика зведені в одну точку (модель)

де n - концентрація, N - загальна кількість молекул, $\langle \cos \theta \rangle$ - середнє значення косинусів.

Отже, для того, щоб знайти усереднене по макроскопічному об'єму значення вектора намагнічення, необхідно оцінити середнє значення $\langle \cos \theta \rangle$. Як відомо із теорії ймовірності, середнє значення випадкової величини x , що змінюється неперервно, визначається формулою: $\langle x \rangle = \int x d\omega$, де x - випадкове значення даної величини, $d\omega$ - ймовірність цього значення. Тоді середнє значення $\cos \theta$ буде дорівнювати:

$$\langle \cos \theta \rangle = \int_0^\pi \cos \theta d\omega. \quad (I)$$

Ймовірність того, що магнітний момент довільно взятої молекули буде розташований в інтервалі кутів від θ до $\theta + d\theta$, буде пропорційна величині тілесного кута $d\omega \sim d\Omega$ (рис. 3). Крім того, ймовірність повинна бути пропорційна концентрації $n(\theta)$ магнітних моментів у вибраному інтервалі кутів, причому остання - в свою чергу залежатиме від розташування

інтервалу тілесного кута $d\Omega$ щодо напрямку зовнішнього поля. Враховуючи сказане, шукану ймовірність запишемо у вигляді:

$$d\omega = K n(\theta) d\Omega, \quad (\text{II})$$

де K – невідомий поки коефіцієнт пропорційності.

За означенням тілесного кута (див. рис. 3) маємо:

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2} = 2\pi \sin \theta d\theta.$$

Тому ймовірність того, що довільно узятий магнітний момент має орієнтацію

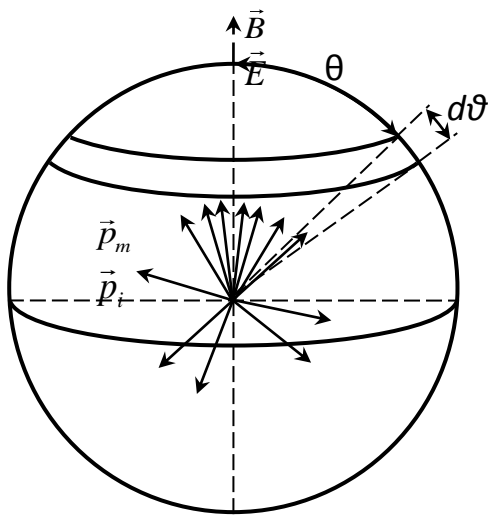


Рис. 3. До визначення елемента тілесного кута

у зазначеному інтервалі тілесних кутів, буде дорівнювати:

$$d\omega = 2\pi K n(\theta) \sin \theta d\theta.$$

Ймовірність – величина нормована. Це дає можливість визначити коефіцієнт пропорційності $K = \left(2\pi \int_0^\pi n(\theta) \sin \theta d\theta \right)^{-1}$ і вираз (II) буде мати вигляд:

$$\langle \cos \theta \rangle = \left(\int_0^\pi n(\theta) \sin \theta d\theta \right)^{-1} \left(\int_0^\pi \cos \theta n(\theta) \sin \theta d\theta \right). \quad (\text{III})$$

Молекулярні магнітні моменти, як ми вже відзначали, матимуть певну переважну орієнтацію щодо напрямку зовнішнього поля і, отже, їх концентрація в кожному інтервалі кутів $d\theta$ залежатиме від розташування цього кутового інтервалу. Це повністю узгоджується, наприклад, із

розподілом молекул газу у полі сил тяжіння. Тому магнітні моменти молекул у магнітному полі можна розглядати як квазічастинки у силовому полі, і для них можна використовувати, відомий із молекулярної фізики, розподіл частинок за потенціальною енергією:

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (\text{IV})$$

де U – потенціальна енергія частинки в силовому полі; n_0 – концентрація молекул з мінімально можливою потенціальною енергією; k – постійна Больцмана, T – абсолютна температура. У нашому випадку U – це енергія магнітного моменту молекулярного струму в зовнішньому магнітному полі. Ця енергія залежить [9] від властивостей молекулярних струмів (їх магнітних моментів), величини індукції зовнішнього поля і орієнтації магнітних моментів щодо напрямку зовнішнього поля і дорівнює $U = -(\vec{p}_m \vec{B})$. Мінімальне значення цієї енергії ($U_{\min} = -(p_m B)$) будуть мати магнітні моменти, які орієнтовані вздовж поля ($\theta = 0$). Це стан стійкої рівноваги. Стану нестійкої рівноваги ($\theta = 180^\circ$) відповідає максимальна енергія $U_{\max} = p_m B$. Зрозуміло, що всі магнітні моменти прагнуть перейти в стійкий стан, але цьому перешкоджає тепловий рух і встановлюється лише їх переважна орієнтація щодо зовнішнього поля, ступінь якої і визначить значення середнього косинуса (III).

Запишемо вираз (III) з урахуванням формули Больцмана (IV), в яку підставимо значення потенціальної енергії магнітного моменту у зовнішньому магнітному полі:

$$\langle \cos \theta \rangle = \left(\int_0^\pi e^{-\frac{p_m B \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta \right)^{-1} \left(\int_0^\pi \cos \theta e^{-\frac{p_m B \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta \right). \quad (\text{V})$$

Введемо позначення: $\frac{p_m B}{kT} = a$ і назвемо величину a параметром. Цей параметр характеризує речовину і фізичні умови, при яких воно знаходиться (значення магнітної індукції зовнішнього поля і температури). Введемо заміну:

$$\cos \theta = x, \quad dx = -\sin \theta d\theta.$$

Після чого вираз (V) набуває більш простого вигляду:

$$\langle \cos \theta \rangle = \left(\int_{-1}^1 e^{ax} dx \right)^{-1} \int_{-1}^1 x e^{ax} dx. \quad (\text{VI})$$

Інтеграли в чисельнику та знаменнику легко обчислюються (це студентам пропонується виконати самостійно), але французький фізик Поль Ланжевен для розрахунку цього виразу вибрав оригінальний прийом – він помітив, що вираз (VI) можна переписати в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \langle \cos \theta \rangle &= \frac{d}{da} \ln \int_{-1}^1 e^{ax} dx = \frac{d}{da} \ln \frac{e^{ax}}{a} \Big|_{-1}^1 = \frac{d}{da} \ln \frac{e^a - e^{-a}}{a} = \\ &= \frac{d}{da} (\ln(e^a - e^{-a}) - \ln a). \end{aligned}$$

Таким чином, маємо:

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{(e^a + e^{-a})}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a}. \quad (\text{VII})$$

Функцію, що стоїть у правій частині, називають функцією Ланжевена:

$$L(a) = \frac{(e^a + e^{-a})}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a}. \quad (\text{VIII})$$

Чисельними методами можна розрахувати значення цієї функції (це студентам також пропонується виконати самостійно) при будь-якому значенні параметра a і побудувати графік цієї функції (рис. 4).

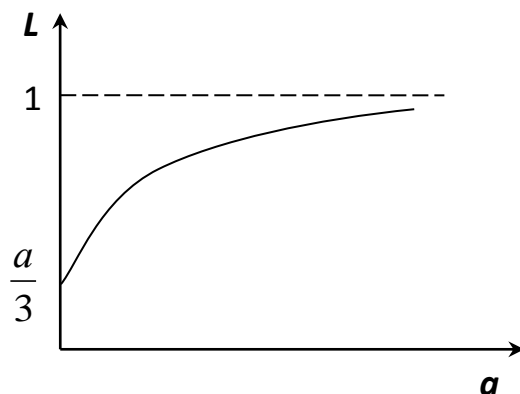


Рис. 4. Графік функції Ланжевена

Оцінка функції Ланжевена при малих і при великих значеннях параметра a дає: $L(a) = 1$ при $a \gg 1$; $L(a) = \frac{a}{3}$ при $a \rightarrow 0$.

Отже, усереднене значення вектора поляризації при $a \gg 1$ буде дорівнювати:

$$P_m = n p_m. \quad (\text{IX})$$

Цей вираз говорить про те, що в сильних полях при низьких температурах всі магнітні моменти зорієнтовані уздовж напрямку поля.

При $a \rightarrow 0$, тобто у слабких полях і достатньо високих температурах, вектор намагнічення обернено пропорційний температурі:

$$P_m = \frac{n p_m^2 B}{3kT}. \quad (\text{X})$$

Одержані формули можуть бути перевірені експериментально і добре узгоджуються з експериментом для більшості газоподібних парамагнетиків.

Висновки та перспективи подальших наукових пошуків.

1. Розглянута методика подання питання про механізм намагнічення парамагнетиків охоплює усі ключові аспекти цієї теми, не містить надмірної інформації і математичних ускладнень і тому, як показує власний досвід викладання теоретичної фізики, досить легко сприймається студентами.

2. Запропонована методика розгляду намагнічення парамагнетиків легко переноситься на пояснення впливу полярних діелектриків на зовнішнє електричне поле.

3. Оскільки в поясненні парамагнетизму використовуються статистичні закономірності, то розглянута методика може використовуватись в курсі статистичної фізики і термодинаміки як вступний приклад до статистичного методу Гіббса.

Аналіз літературних джерел показує, що залишається також невирішеним питання і про методичне обґрунтування у навчальному процесі підготовки вчителів фізики механізму намагнічення діамагнетиків та їх впливу на зовнішнє магнітне поле.

Література

1. Менумеров Р.М. К вопросу о взаимодействии элементов электрического тока / Р.М. Менумеров // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики : зб. наук. пр. – Вип. VI : у 3-х томах. – Т. 2 : Теорія та методика навчання фізики. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2006. – С. 263-267.
2. Соколовський О.Й. До методики викладання питання про одиниці вимірювання основних електродинамічних величин. / Соколовський О.Й. // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць.– Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2003. – Випуск 3, Том 2. – С. 309-312.
3. Бендес Ю.П. Інновації щодо вивчення теми електромагнітні коливання. / Ю.П. Бендес, В.Д. Сиротюк // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету. Серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет, 2008. – Вип. 14. – С. 9-13.
4. Вознюк С.Ю. Формування поняття «електромагнітне поле» на основі фундаментальних фізичних понять / С.Ю. Вознюк, В.І. Кульчицький // Фізика та астрономія в школі. – 1999. – № 4. – С. 43–47.
5. В.Н. Горбач, А.Я. Сало. Моделирование магнитных полей соленоидальных магнитных систем. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць. Том 2, Кривий Ріг. Видавничий відділ КДПУ. 2001, с.90.
6. Коновал О.А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності : монографія / О.А.Коновал ; Міністерство освіти і науки України ; Криворізький державний педагогічний університет. – Кривий Ріг : Видавничий дім, 2009. – 346 с. : іл.
7. Тамм И.Е. Основы теории электричества / И.Е. Тамм. – М. : Наука, 1966. – 624 с.

8. Терлецкий Я.П. Электродинамика : учеб. пособие для студ. физ. спец. ун-тов / Я.П. Терлецкий, Ю.П. Рыбаков. – М. :Высшая шк., 1990. – 352 с.
9. Мороз І.О. Основи електродинаміки. Магнітостатика: навчальний посібник (гриф МОН України: лист №1/11-6715 від 21 липня 2010 р.) / І.О. Мороз. – Суми: Видавництво «МакДен», 2011. – 162 с.

Аннотация

Анализируется состояние преподавания некоторых вопросов электродинамики сплошных сред. Рассматривается методика представления в учебном процессе подготовки учителя физики механизма влияния парамагнетиков на внешнее магнитное поле.

Ключевые слова: магнитный момент, теория Ланжевена, вращательный момент, вектор намагничивания.

Summary

Analyzing current state of the some questions of the solid environment's electrodynamics teaching. Considering the delivery method for mechanism of impact of the diamagnetic on the external magnetic field in the Physics lecturer teaching process.

***Keywords:** magnetic moment, Langevin theory, rotation moment, magnetization vector*

Мороз І.О. - завідуючий кафедрою експериментальної і теоретичної фізики, доктор педагогічних наук, доцент.

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, (робочий) вул. Роменская, 87, м. Суми, Україна, 40002

e - mail: mofozetf@mail.ru