

учителю установить четкую последовательность овладения знаниями, умениями. Показано как, пользуясь результатом проектирования целей обучения, можно составить карту учебных целей темы.

**Ключевые слова:** целеполагание, учебная деятельность, проектирование, элемент содержания обучения, карта учебных целей.

### SUMMARY

**Kravchenko Z.** Goal-setting as a basis for planning the training activity.

*The article describes the method of determining the educational goals while teaching Algebra and Basic analysis. The activities of the student, the teacher and their joint efforts in organizing goal-setting are considered. It is stressed that in the process of planning the purposes of training activity the characteristic features of this activity should be taken into consideration. They are the level of pupils' training, their personal plans for the learning outcomes, the level of cognitive independence and the level of learning motivation.*

*To achieve the objectives of the study the following methods were used: theoretical – analysis of the government documents, analysis of educational literature, the modeling of learning situations; empirical – pedagogical observation of the learning process of students, questionnaires, tests, interviews with teachers and students.*

*The logical ties between the educational content elements are illustrated what allows the teacher to establish a clear sequence in mastering knowledge and skills. The way of mapping topic educational purposes with the use of the result in learning objective planning is shown.*

*For the description of learning objectives in the specific topic of the course of algebra and analysis the authors used the classification of N. M. Skatkin, because other classifications less correspond the objectives of teaching mathematics.*

*The topic «The Derivative and its Application» is defined concretely. The total amount of training skills on the subject presupposes the availability of the skills providing forming the general educational abilities: analysis, synthesis, comparison, determining the sequence of rational actions in implementing the teaching task, monitoring the results of one's own training activity, the assessment of one's own training activity.*

*The problem of goal-setting in the training activity is not limited by the results of the study. The further searching for the new effective training technologies in the personality-oriented competence approach aimed at the implementation of educational goals is required.*

*Key words: goal-setting, training activity, educational content elements, objective planning.*

УДК 378

**Н. В. Кугай**

НПУ імені М. П. Драгоманова

### МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗНАННЯ КОНКРЕТНОНАУКОВОГО РІВНЯ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ» МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

*Стаття присвячена проблемі виокремлення методологічних знань майбутнього вчителя математики. У роботі розглянуто методологічні знання конкретнонаукового рівня з комплексного аналізу, зокрема: предмет, метод, фундаментальні поняття, факти комплексного аналізу, історія розвитку. З'ясовано зв'язок комплексного аналізу з навчальними дисциплінами математичного циклу. Проведено короткий порівняльний аналіз різних програм вивчення комплексного аналізу в Україні і в Польщі. Методи дослідження: теоретичний аналіз, синтез, аналогія, порівняння, порівняльно-історичний, системний підхід.*

**Ключові слова:** комплексний аналіз, методологічні знання, рівні методологічних знань, предмет комплексного аналізу, метод комплексного аналізу.

**Постановка проблеми.** У зв'язку з переходом до проектно-технологічного типу організації діяльності, до постіндустріальної стадії суспільного розвитку, яка характеризується стрімким ростом інформації, виникає серйозна проблема в освіті – використання інтенсивних підходів до вдосконалення освіти, зокрема й математичної.

Останнім часом розв'язання цієї проблеми пов'язують із включенням до змісту освіти знань про шляхи і методи отримання наукової інформації і її раціонального використання – *методологічних знань*.

Про суспільне визнання значущості методологічної складової змісту математичної освіти свідчать положення низки концепцій про модернізацію системи освіти. Так, зокрема, Концепція математичної освіти 12-річної школи до пріоритетів розвитку шкільної математичної освіти, крім інших, відносить цілісне відображення компонентів математичної науки в шкільному змісті математичної освіти: врахування тенденцій розвитку математики (генералізація знань, посилення функції теорії в науці, інтеграція і диференціація науки); відображення математики як діяльності через *методологічні знання*, методи та способи діяльності, що відповідають логіці пізнання в математиці; реалізація в змісті освітнього, розвивального і виховного потенціалу математики.

**Аналіз актуальних досліджень.** На сьогоднішній день зусиллями вчених-філософів, психологів, педагогів (В. Бажановим, В. Давидовим, Л. Зоріною, Т. Куном, М. Полані, Г. Саранцевим, М. Холодною, І. Якиманською та ін.) вже достатньою мірою розроблені питання, пов'язані зі з'ясуванням специфіки становлення, розвитку та функціонування методологічних знань як у науковому, так і в навчальному (математичному) пізнанні. Накопичено багатий досвід розв'язання проблем, пов'язаних із формуванням окремих видів методологічних знань під час вивчення різних дисциплін у школі та ВНЗ (Л. Зоріна, Н. Кочергіна, Є. Лященко, В. Мадер, А. Столяр, Н. Терешин, Є. Плотникова, Г. Голин, Н. Пастернак, Б. Спаський, І. Лернер, О. Бугайов, Б. Будний, С. Раков та ін.).

Методологічні знання складаються з декількох структурних рівнів. На сьогодні найпоширенішою є структурна модель методологічних знань, у якій виокремлено чотири рівні: філософський; загальнонауковий; конкретнонауковий; рівень процедур і технік дослідження.

Структуру методологічних знань майбутнього вчителя математики проаналізовано нами у статті [1]. Зупинимось детальніше на методологічних знаннях конкретнонаукового рівня з комплексного аналізу.

**Мета статті** – виокремити методологічні знання конкретно наукового рівня з комплексного аналізу майбутнього вчителя математики.

**Методи дослідження:** теоретичний аналіз, синтез, аналогія, порівняння, порівняльно-історичний, системний підхід.

**Виклад основного матеріалу.** Навчальна дисципліна «Комплексний аналіз» (або «Теорія функцій комплексної змінної») належить до циклу математичної, природничо-наукової підготовки ОПП підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.040201 Математика\* (Київ, 2009 рік). На вивчення курсу відведено 4,5 кредити ECTS. Як правило, навчальна дисципліна «Комплексний аналіз» вивчається в 5-му семестрі.

Аналіз навчальних планів підготовки вчителя математики в Польщі ([7], [8]) свідчить, що комплексний аналіз майбутні вчителі математики вивчають у 4-му семестрі в обсязі 2 кредити (1-ий ступінь підготовки, Люблін), у 1-му семестрі в обсязі 5 кредитів (2-ий ступінь підготовки, Краків).

За ОПП підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.040201 Математика\* (Київ, 2002 рік) передбачено вивчення системи таких змістових модулів (тут наведено й наповнення кожного змістового модуля):

- функції комплексної змінної;
- похідна та інтеграл функції комплексної змінної;
- аналітичне продовження.

За традиційною програмою вивчення елементарних функцій комплексної змінної віднесено до другого змістового модуля. Зважаючи на велику роль у формуванні методологічних знань майбутнього вчителя математики, пропонуємо перенести вивчення цієї теми в перший змістовий модуль (на цьому наголошував і Г. Михалін [5, 134]). Ми підтримуємо програму вивчення комплексного аналізу, запропоновану Г. Михалінім (зауважимо, що вона відрізняється від традиційної ранішим уведенням і вивченням основних елементарних функцій комплексної змінної):

- поле комплексних чисел;
- границя послідовності комплексних чисел (тут вивчаються основні елементарні та елементарні функції комплексної змінної);
- границя і неперервність функцій комплексної змінної;
- ряди з комплексними членами;
- диференціальне числення функцій комплексної змінної;
- інтегральне числення функцій комплексної змінної;
- ізольовані особливі точки аналітичної функції;
- аналітичне продовження.

Навіть поверхневий аналіз змістових модулів математичного аналізу (ОПП підготовки бакалаврів за напрямом підготовки 6.040201 Математика\* (Київ, 2009 рік)) та комплексного аналізу вказує на тісний зв'язок цих двох навчальних дисциплін (як і їх назва). Більшість означень, теорем, властивостей комплексного аналізу формулюються і доводяться аналогічно до відповідних положень математичного аналізу. Але не всі. А інколи навіть однакові формулювання мають різний смисл. Крім того,

студентам варто наголосити на тому, що математичний аналіз вивчає однозначні функції. А в комплексному аналізі, як зауважив Б. Шабат, «... вдається з'ясувати природу многозначності й побудувати бездоганну теорію многозначних функцій» [6, 8]. Зауважимо, що під час вивчення навчальної дисципліни «Комплексний аналіз» ефективно працює метод аналогій, який відноситься до методів загальнонаукової методології. Зупинимось на цьому дещо пізніше детальніше.

Отже, **предметом** вивчення комплексного аналізу є функція комплексної змінної, а основним **методом** – метод граничного переходу. Б. Шабат підкреслив істинну комплексність комплексного аналізу: «У ньому поєднуються аналітичні й геометричні, цілком класичні і новіші методи» [6, 8]. Дійсно, у комплексному аналізі використовуються: метод координат (геометричне тлумачення комплексного числа як точки координатної площини), методи векторної алгебри (геометричне тлумачення комплексного числа як вектора), алгебраїчні методи (знаходження порядку нуля аналітичної функції) та інші.

До **найважливіших** (фундаментальних) **понять** комплексного аналізу віднесемо: комплексне число, уявна одиниця, дійсна та уявна частини, модуль (норма), аргумент, тригонометрична форма запису комплексного числа, корінь  $n$ -ого степеня, границя послідовності, функція комплексної змінної, її дійсна та уявна частини, однозначна та многозначна функція, експонента, логарифм і степінь комплексного числа та відповідні функції, синус, косинус, тангенс і котангенс комплексного числа та відповідні функції, арксинус, арккосинус, арктангенс і арккотангенс комплексного числа та відповідні функції, границя і неперервність функції, числовий ряд, сума ряду, абсолютна та умовна збіжність, функціональна послідовність, рівномірна збіжність, функціональний ряд, область збіжності, степеневий ряд, ряд Лорана, круг і кільце збіжності, похідна функції в точці, похідні основних елементарних функцій, диференційовність функції комплексної змінної,  $n$ -а похідна і  $n$  разів диференційована функція комплексної змінної, конформне відображення, ріманова поверхня, інтеграл функції комплексної змінної, аналітична функція, гармонічна функція, первісна функції комплексної змінної, ізольована особлива точка аналітичної функції, лишок, полюс, аналітичне продовження.

**Фундаментальні теоретичні факти**: основні властивості границь послідовності комплексних чисел, властивості експоненти, логарифма і степеня комплексного числа та відповідних функцій, синуса, косинуса, тангенса і котангенса комплексного числа та відповідних функцій, формули Ейлера, арксинуса, арккосинуса, арктангенса й арккотангенса комплексного числа та відповідних функцій, основні властивості збіжних рядів, ознака Вейєрштраса рівномірної збіжності функціонального ряду, властивості рівномірно збіжних рядів, теорема Коші – Адамара, критерій

диференційовності, умови Коші – Рімана, основні властивості диференційовних функцій, теорема Лорана, єдиність розвинення функції у степеневий ряд і в ряд Лорана, основні властивості інтеграла функції комплексної змінної, умови існування, формули для обчислення, інтегральна теорема Коші, інтегральна формула Коші, умови існування первісної функції комплексної змінної, формула Ньютона – Лейбніца, зв'язок гармонічних функцій з аналітичними, класифікація ізольованих особливих точок, основна теорема про лишки, проблема існування аналітичного продовження.

**Фундаментальні відношення.** Поняття комплексного числа тісно пов'язане з поняттям дійсного числа, важливою властивістю множини комплексних чисел є її замкненість відносно алгебраїчних операцій. Важливо наголосити, що поле комплексних чисел є єдиним можливим розширенням поля дійсних чисел зі збереженням алгебраїчних властивостей.

Як підкреслювалося раніше, у курсі комплексного аналізу широко використовується метод аналогій. Так, трактуючи комплексне число як вектор, рівність комплексних чисел, їх суму та різницю можна означити аналогічно до того, як це зроблено для векторів у курсі аналітичної геометрії. Ще одна аналогія – добуток двох комплексних чисел можна означити як добуток двох двочленів виду  $a + xb$ , де роль  $x$  відіграє  $i$  (уявна одиниця,  $i = \sqrt{-1}$ ). Як і в математичному аналізі, у комплексному аналізі не можна обійтися без принципу математичної індукції, тільки за допомогою цього принципу можна означити суму та добуток довільної скінченної кількості комплексних чисел, поняття степеня з натуральним показником. Лише під час вивчення комплексних чисел відбувається узагальнення поняття степеня з довільним показником та поняття кореня  $n$ -го степеня, що дозволяє сформулювати повне уявлення про ці поняття та їх зв'язок із відповідними поняттями шкільного курсу математики. Важливим для розвитку системи методологічних знань майбутнього вчителя математики є дослідження можливості здійснення операцій над комплексними числами та з'ясування питання про їх однозначність (категорії філософської методології – існування та єдиність).

Чи не найважливішим у курсі комплексного аналізу є вивчення функцій комплексної змінної, зокрема, їх властивостей. По-перше, варто розглянути питання про графік функції, розпочавши з функції однієї дійсної змінної: графік функції однієї змінної – множина точок простору  $R^2$  (для основних елементарних функцій графіки можна побудувати і «прочитати» властивості функції з графіка), графік функції двох дійсних змінних – це множина точок простору  $R^3$  (теж можна хоча би уявити), то вже для функції комплексної змінної графіком є множина точок простору  $R^4$ . А це означає, що всі властивості можна визначити тільки аналітично. Крім того, класичний математичний аналіз вивчає однозначні функції; комплексний аналіз розглядає функції комплексної змінної як однозначні, так і

многозначні (скінченнозначні та нескінченнозначні). Доцільно провести порівняльний аналіз властивостей відповідних функцій дійсної та комплексної змінної, звернувши значну увагу на відмінність властивостей, зокрема: експонента є періодичною функцією, косинус і синус – необмежені, показникова функція може приймати від’ємні значення тощо.

Як і для функції дійсної змінної, введення поняття оберненої функції до функції комплексної змінної  $w = f(z)$  пов’язане з розв’язанням рівняння  $z = f(w)$ , де  $z$  – відоме, а  $w$  – невідоме. Майбутній учитель математики повинен знати, що рівняння  $\sin z = a$ ,  $\cos z = a$  мають розв’язки для будь-яких  $a$  ( $a$  не тільки для  $a \in [-1;1]$ ), рівняння  $a^z = b$  має розв’язки для будь-якого  $b \neq 0$  ( $a$  не тільки, коли  $b > 0$ ). І ці знання пов’язані з філософськими категоріями існування, єдиність.

Поняття похідної першого порядку є найголовнішим у змістовому модулі «Диференціальне числення функції однієї змінної». Всі решта понять так чи інакше пов’язані з похідною. Так, поняття диференційовної функції ґрунтується на понятті похідної, а поняття диференціала – на понятті диференційовної функції. Поняття похідної  $n$ -ого порядку є родовим (має ширший обсяг), але означається індуктивно через похідну першого порядку (поняття видове). Ідентичність введення похідної комплексної функції дозволяє перенести теоретичні факти про похідну функції дійсної змінної на функцію комплексної змінної. У той самий час доцільно звернути увагу на зв’язок диференційовності функції комплексної змінної  $w = f(z)$  з диференційовністю її дійсної та уявних частин  $u(x, y) = \operatorname{Re} f(z)$  та  $v(x, y) = \operatorname{Im} f(z)$ , які є функціями двох дійсних змінних  $x$  та  $y$  (критерій диференційовності функції комплексної змінної та умови Коші – Рімана).

Варто підкреслити більшу обмеженість умови комплексної диференційовності: якщо приклад функції дійсної змінної, яка є неперервною на множині, але не є диференційовною в жодній точці цієї множини, не так легко придумати (функція Вейерштрасса), то приклади функцій комплексної змінної з такою властивістю навести досить легко:  $f(z) = 3x + 4iy$ ,  $g(z) = x + 4iy$  тощо. Дійсно, ці функції є неперервними на  $C$  (неперервними є дійсна та уявна частини цих функцій), але не мають похідної у жодній точці множини  $C$ , оскільки не виконуються умови Коші – Рімана: для  $f(z)$   $\frac{\partial u}{\partial x} = 3$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y} = 4$ ,  $3 \neq 4$ ; для  $g(z)$   $\frac{\partial u}{\partial x} = 1$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y} = 4$ ,  $1 \neq 4$ .

Як зазначалося раніше, у комплексному аналізі є достатня кількість переконливих прикладів, які ілюструють важливість методу аналогій і в той самий час ці приклади підкреслюють принцип їх обережного використання. Так, поняття первісної комплексної функції (невизначеного інтеграла) вводиться так само, як у дійсному випадку. Однак аналогу визначеного інтеграла від функції комплексної змінної, взагалі кажучи, не існує. Основним видом комплексного інтеграла є криволінійний інтеграл, що залежить від конкретного шляху інтегрування.

Вивчення питань аналітичного продовження функції сприяє формуванню методологічних знань майбутнього вчителя математики, оскільки в цьому змістовому модулі розглядається проблема існування та єдиності аналітичного продовження. Крім того, з поняттям аналітичного продовження тісно пов'язана проблема продовження основних елементарних функцій з дійсної області визначення в комплексну. Важливими для студентів є знання про рівносильність різних методів означення основних елементарних функцій.

Розглянемо **основні зв'язки комплексного аналізу з іншими математичними навчальними дисциплінами**. Насамперед, зазначимо, що вивчення багатьох питань комплексного аналізу може відбуватися паралельно з вивченням відповідних питань з математичного аналізу (таку програму пропонує Г. Михалін [5]); за традиційного ж підходу для вивчення комплексного аналізу студентам необхідні міцні предметні та методологічні знання з математичного аналізу. На основі детального аналізу ОПП підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.040201 Математика\* (Київ, 2002 рік) та ОПП підготовки магістра за напрямом підготовки 8.04020101 Математика\* нами встановлено основні зв'язки комплексного аналізу з іншими навчальними дисциплінами (таблиця 1).

Крім того, варто наголосити, що комплексний аналіз широко застосовується для розв'язання багатьох прикладних задач із різноманітних галузей науки:

1) конформне відображення – в гідроаеродинаміці й картографії;

2) інтеграл типу Коші  $F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z}$  – у крайових задач

гідродинаміки і теорії пружності;

3) хвильова функція, абопсі-функція  $\psi$  – комплексно значна функція, що використовується для опису стану квантово-механічної системи – у квантовій механіці;

4) виробничі функції комплексної змінної – в економіці;

5) використовується комплексне подання в теорії коливань, тільки замість термінів «модуль» і «аргумент» використовуються «амплітуда» і «фаза».

Таблиця 1

**Основні зв'язки комплексного аналізу з навчальними дисциплінами математичного циклу**

Навчальна дисципліна	<i>Знання, необхідні для вивчення комплексного аналізу</i>
Аналітична геометрія	Координатна площина, додавання і віднімання векторів
Лінійна алгебра	Поле комплексних чисел; тригонометрична форма комплексного числа; добування кореня з комплексного числа. Алгебраїчні операції над многочленами

Алгебра і теорія чисел	Нулі многочлена; кратність кореня многочлена. Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел
Диференціальна геометрія та топологія	Метричні простори, нормовані простори, неперервне відображення
	<i>Застосування знань з комплексного аналізу</i>
Операційне числення	Функція-оригінал (функція комплексної змінної), перетворення Лапласа, лишки, способи їх обчислення
Методи математичної фізики	Рівняння еліптичного типу (розв'язки характеристичного рівняння – комплексно спряжені функції)
Числові системи	Поняття комплексного числа, дії над комплексними числами
Методика навчання математики	Поняття комплексного числа, дії над комплексними числами

Важливим для формування наукового світогляду і професійної культури майбутнього вчителя математики є знання й розуміння того, що методи нової галузі математики дозволяють простіше і красивіше розв'язати відомі задачі. Як приклад, варто розглянути застосування теорії лишків до обчислення невластних інтегралів. Для більшої очевидності доцільно обчислити невластний інтеграл двома способами: традиційно (як у курсі математичного аналізу) та засобами комплексного аналізу. Наведемо приклад.

**Приклад.** Обчислити інтеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^4}$ .

1-ий спосіб (засобами математичного аналізу). Для знаходження первісної треба 4 рази застосувати рекурентну формулу

$$I_n = \frac{x}{2a^2(n-1)(x^2+a^2)^{n-1}} + \frac{1}{a^2} \frac{2n-3}{2n-2} I_{n-1}, \text{ де } I_n = \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^n}.$$

2-ий спосіб (засобами комплексного аналізу). Підінтегральна функція  $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)^4}$  має у верхній півплощині єдиний полюс четвертого порядку

$z = i$ . Тому  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^4} = 2\pi i \operatorname{Res}_{z=i} \frac{1}{(x^2+1)^4}$ . Обчислимо лишок:

$$\operatorname{Res}_{z=i} f(z) = \frac{1}{3!} \lim_{z \rightarrow i} \left( \frac{1}{(z+i)^4 (z-i)^4} \cdot (z-i)^4 \right)''' = \frac{1}{6} \lim_{z \rightarrow i} \left( (z+i)^{-4} \right)''' = -\frac{1}{6} \frac{120}{(2i)^7} = \frac{5}{32i}.$$

Тоді

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^4} = 2\pi i \frac{5}{32i} = \frac{5\pi}{16}.$$

Важливим елементом методологічних знань є **знання про виникнення й розвиток** певної галузі математики та її основних понять і ідей. На це звертали увагу багато видатних математиків, методистів та істориків математики. Так, Г. Лейбніц стверджував: «Хто хоче обмежитися сучасним,



без знання минулого, той ніколи сучасного не зрозуміє» (цитата за [2, с. 17]). Детально історію виникнення й розвитку теорії функцій комплексної змінної студенти вивчатимуть у курсі «Історія математики» (або «Історія і методологія математики»). Можна також запропонувати студентам ознайомитися з цим матеріалом самостійно, наприклад, за ([1], [4]).

Під час вивчення комплексного аналізу необхідно ознайомити студентів з *основними* етапами становлення цієї галузі математики (детальніше про це у наших подальших дослідженнях). Варто відмітити, що комплексні числа, як до речі і ірраціональні, довгий час не знаходили широкого визнання серед математиків.

Початкові ідеї комплексного аналізу виникли у другій половині XVIII століття і пов'язані вони в основному з роботами Леонарда Ейлера. Саме у роботах Л. Ейлера детально вивчені елементарні функції комплексної змінної та започатковано застосування цих функцій до розв'язання прикладних задач (зокрема, картографії). Основи теорії функцій комплексної змінної були закладені в середині XIX ст. роботами Д'Аламбера, О. Коші, К. Вейєрштрасса (розвинули диференціальне та інтегральне числення, теорію рядів) і Б. Рімана (обґрунтував геометричні питання теорії функцій комплексної змінної).

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Як бачимо, масив фундаментальних понять та фактів комплексного аналізу достатньо широкий. Кожне з цих понять має свою історію розвитку. Ознайомлення майбутнього вчителя математики з методологічними знаннями конкретнонаукового рівня з комплексного аналізу показує шляхи відкриття нових фактів, озброює методами отримання нових знань.

Перспективи подальших розвідок у даному напрямі полягають у з'ясуванні шляхів формування системи методологічних знань і вмінь з комплексного аналізу майбутнього вчителя математики.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бевз В. Г. Історія математики / Валентина Бевз. – Х. : Вид. гр. «Основа», 2006. – 176 с.
2. Вірченко Н. О. Нариси з методики викладання вищої математики / Ніна Вірченко. – Київ : ТОВ «Задруга», 2006. – 396 с.
3. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики / Наталія Кугай // Вісник Черкаського університету. Серія : Педагогічні науки. – 2014. – № 26 (329). – С. 56–61.
4. Маркушевич А. И. Введение в теорию аналитических функций / А. И. Маркушевич, Л. А. Маркушевич. – М. : Просвещение, 1977. – 320 с.
5. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Геннадій Михалін. – Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 320 с.
6. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ / Борис Шабат. – М. : Наука, 1961. – 571 с.

7. Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie [Електронний ресурс]. – Режим доступу :

[http://syjon.umcs.lublin.pl/merovingian/course/studies\\_plan/2762/](http://syjon.umcs.lublin.pl/merovingian/course/studies_plan/2762/)

8. Uniwersytet Pedagogiczny. Komisji Edukacji Narodowej, Instytut Matematyki [Електронний ресурс]. – Режим доступу :

<http://matematyka.up.krakow.pl/1st.php>

### РЕЗЮМЕ

**Кугай Н. В.** Методологические знания конкретно научного уровня по учебной дисциплине «Комплексный анализ» будущего учителя математики.

*Статья посвящена проблеме выделения методологических знаний будущего учителя математики. В работе рассмотрены методологические знания конкретно научного уровня по комплексному анализу, в частности: предмет, метод, фундаментальные понятия, факты комплексного анализа, история развития. Выявлена связь комплексного анализа с учебными дисциплинами математического цикла. Проведен краткий сравнительный анализ различных программ изучения комплексного анализа в Украине и в Польше. Методы исследования: теоретический анализ, синтез, аналогия, сравнение, сравнительно-исторический, системный подход.*

**Ключевые слова:** комплексный анализ, методологические знания, уровни методологических знаний, предмет комплексного анализа, метод комплексного анализа.

### SUMMARY

**Kuhai N.** Methodological knowledge of concrete scientific level of the course «Complex Analysis» of the future mathematics teacher.

*The article deals with the problem of isolating methodological knowledge of future mathematics teacher. The paper considers methodological knowledge of concrete scientific level of the complex analysis. This knowledge is about the subject, method, fundamental concepts, basic facts of complex analysis, the fundamental relationship between the facts, and development of the history.*

*Methods of research: theoretical analysis, synthesis, analogy, comparison, comparative-historical, systematic approach.*

*The subject of complex analysis is a function of a complex variable, the main method is the method of limits. In addition, the complex analysis widely used the method of coordinates, methods of vector algebra, linear algebra methods, and the method of analogies.*

*It was found out the main ties between a complex analysis and educational disciplines of mathematical cycle: mathematical analysis, linear algebra, analytic geometry, algebra and number theory, differential geometry, mathematics methods of teaching. It was found out that the majority of fundamental concepts and basic facts of complex analysis introduced similar concepts to relevant facts of mathematical analysis.*

*There were given the examples of applying a complex analysis for solution of applied problems from various fields of science. It was carried out a brief comparative analysis of the various programs of study complex analysis in Ukraine and Poland.*

*It was concluded that the familiarization of the future teacher of mathematics with methodological knowledge of concretely scientific level of complex analysis shows the ways of discovering new facts, equips of methods of obtaining new knowledge.*

*In future research it is planned to find out the ways of creating a system of methodological knowledge of complex analysis.*

*Prospects of further studies in this direction are to find out the ways of formation of system of methodological knowledge and skills for complex analysis of future mathematics teacher.*

**Key words:** *complex analysis, methodological knowledge, level of methodological knowledge, the subject of complex analysis, complex analysis method.*