

*between the individual links of the educational process that ensures systematic knowledge and, ultimately, improve the design and technological preparation of future teachers.*

*College, in our opinion, is the important link that connects high-school vocational education with training in core faculty. It should be noted that college is not a higher school and university yet. For further education by getting stepped levels and directing them to the European space of education all colleges concludes agreements with higher education institutions.*

*You can also say that the problem of continuity as an important factor of professional training of future teachers of technology has not found sufficient coverage in the technical literature. Therefore, the current teaching practice has certain difficulties and requires further study and thorough solution.*

**Key words:** *continuity, design and technological preparation of future teachers of technology, theoretical model, perceptual-interactive competence, complex “college-university”, knowledge, skills.*

УДК 378.14: 46:[004.78:51]

**О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк**  
Сумський державний педагогічний  
університет імені А. С. Макаренка

## **ПРОГРАМИ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАТЬ: АНАЛІЗ ТЕРМІНОЛОГІЧНОГО ПОЛЯ**

*На основі аналізу термінологічного поля в дослідженнях програм динамічної математики сформульовано авторське означення поняття «програма динамічної математики» (ПДМ) як засобу комп'ютерної візуалізації математичних знань, яке, на думку авторів, найкоректніше відображає сутність предмету дослідження. Наводяться аргументи, які виокремлюють ПДМ серед інших програмних засобів математичного спрямування та посилюють важливість опанування саме цими програмними продуктами. Акцентовано, що використання ПДМ зміщує акценти в навчанні математики, дозволяючи відійти від простого знаходження числового результату і наближуючи навчання до емпіричного пошуку закономірностей, порівняльного аналізу можливих відповідей, інтерпретації результату і критичного погляду на його застосування.*

**Ключові слова:** *програма динамічної математики, програма динамічної геометрії, інтерактивна геометрична система, програмний засіб математичного спрямування, візуалізація.*

**Постановка проблеми.** Українська освіта на початку XXI століття активно використовує досягнення в галузі інформаційних технологій. Не тільки результати наукових педагогічних досліджень, а й широке розповсюдження технічних пристроїв опрацювання електронної інформації змушують освітян все активніше залучати спеціалізоване обладнання, програмне забезпечення та комунікаційні технології, які разом зміщують акценти педагогічних технологій вбік широкого використання електронних ресурсів у кожній з галузей знань. Такі електронні ресурси групують за певною ознакою, але часто назви груп засобів або різняться, або з часом і розвитком інформаційних технологій не повністю відображають їх сутнісні характеристики.

**Аналіз актуальних досліджень.** У наукових роботах останніх років у контексті інформаційної підтримки математичної освіти можна зустріти велику кількість термінів і понять. Серед них із позицій навчання взагалі виділяють: програмні засоби навчального призначення – ПЗНП, комп'ютерні засоби навчання – КЗН, цифрові освітні ресурси – ЦОР, комп'ютерно орієнтовані програмні засоби – КОПЗ, електронні засоби навчального призначення – ЕЗНП, предметно-орієнтовані програмні середовища – ПОПС, педагогічні програмні засоби – ППЗ тощо; з позицій підтримки математичної освіти: системи комп'ютерної математики – СКМ, системи комп'ютерної алгебри – СКА, інтерактивні геометричні системи – ІГС, програми динамічної геометрії – ПДГ, програми динамічної математики – ПДМ. Дослідження останніх різними науковцями зумовили появу значної кількості назв і їх тлумачень та великого переліку характеристичних ознак. Також часто можна зустріти терміни «візуалізація», «візуальна підтримка», «засоби комп'ютерної візуалізації».

Аналіз тлумачень останніх говорить про одностайність думок щодо візуалізації як унаочнення об'єкту і поряд з цим як потреби в дії, тобто демонстрації навчального матеріалу не лише як відтворенні певного об'єкту, а і його конструюванні [1].

Саме остання теза стала основою для відбору тих комп'ютерних засобів, використання яких передбачає саме візуалізацію в дії математичних знань. Серед них – СКМ і ПДМ. Але якщо зорієнтуватися на підготовці шкільного вчителя математики, то варто зупинитися саме на останніх – програмах динамічної математики як засобах комп'ютерної візуалізації математичних знань (ЗКВМЗ).

**Мета статті** – на основі досліджень вітчизняних та зарубіжних науковців дати визначення терміна «програма динамічної математики або ПДМ» як основного класу ЗКВМЗ та описати визначальні характеристики ПДМ серед інших програмних засобів математичного спрямування.

**Методи дослідження.** Автори використовували теоретичні методи дослідження, серед яких аналіз, порівняння й узагальнення наукових положень психолого-педагогічної літератури вітчизняних та зарубіжних авторів, у тому числі електронних видань та інтернет-ресурсів.

**Виклад основного матеріалу.** Термінологічне поле, яке характеризує програми підтримки шкільного курсу математики, є досить широким. Так, С. А. Раков [2], поряд із потужними професійними математичними програмами виділяє програми динамічної геометрії, які більшою мірою, ніж СКМ, підтримують навчальний процес у контексті шкільної та початкової вузівської математичної підготовки. Під його керівництвом було розроблено програмний засіб *DG*, який позиціонується автором саме як програма динамічної геометрії. Визначальним для таких ПЗ, на його думку, є передбачена можливість інтерактивних досліджень геометричних об'єктів.

Про окремий клас програм динамічної геометрії зазначають також і інші науковці. Так, В. Н. Дубровський [3], О. Л. Безумова, Е. Н. Єрилова, С. Н. Котова, С. В. Ларін, Р. П. Овчиннікова, Н. Н. Патронова, М. А. Павлова, А. Е. Томилова, О. Н. Троїцька, Л. В. Форкунова, М. В. Шабанова [4], Т. С. Ширікова [5], Г. Шуман [6], І. С. Храповицький [7] описують програми динамічної геометрії як комп'ютерні системи, де є можливим створення й використання динамічних креслень, тобто таких геометричних конструкцій, які можна візуально змінювати при збереженні алгоритму їх побудови шляхом завдання змін одного чи кількох геометричних параметрів конструкції [4].

У роботі К. Jones [8] зазначено, що однією з особливостей, яка відрізняє програми динамічної геометрії від інших програм, є можливість задавати геометричні відношення між об'єктами, створеними на екрані комп'ютера. Другою є можливість графічно досліджувати геометричні відношення в побудованій фігурі, що досягається через передбачену розробниками можливість «перетягування» об'єкта, а також спостерігати за тим, як різні частини фігури динамічно реагують, коли обраний елемент «тягнуть» по екрану. При цьому складається враження, що геометрична фігура постійно деформується, у той самий час зберігаючи геометричні відношення, які були закладені в первинній конфігурації.

З термінами «програми динамічної геометрії», «системи динамічної геометрії» науковці О. П. Зеленьак, F. Olivero, C. Mogetta, K. Jones, S. Patsiomitou, A. Leung, D. N. Nguyen, D. Özen ототожнюють термін «середовище динамічної геометрії», що підтверджують роботи [9–11].

У роботах І. М. Сербіс, Т. В. Маркова, Т. С. Ширікова, М. В. Шабанова, Т. Ф. Сергєєва [12–15] зустрічається термін «інтерактивне геометричне середовище», під яким розуміється таке програмне забезпечення, що дозволяє виконувати геометричні побудови на комп'ютері таким чином, що при зміні одного з геометричних об'єктів креслення інші також змінюються, зберігаючи незмінними задані між ними відношення. Перевагами таких середовищ та створених на їх базі цифрових освітніх ресурсів є інтерактивність.

М. Хохенватору роботі [16] розрізняє два окремих типи програмного забезпечення в галузі навчання математики – СКА, які сфокусовані на маніпулюванні символічними виразами, та ПДГ, які сконцентровані на зв'язках між точками, прямими, колами тощо. При цьому він зазначає, що програму *GeoGebra* не варто ототожнювати з ПДГ, її слід сприймати ширше, у поєднанні символічних маніпуляцій, які притаманні СКА, та динамічних змін математичних об'єктів, які передбачені у ПДГ.

Пізніше, у роботах В. М. Ракути [17] з'являється термін «система динамічної математики», який ототожнюється науковцем з СКМ.

Наголосимо, що останні два підходи з'явилися після появи програми *GeoGebra*, але, на наш погляд, позиціонування цього середовища як такого, що передбачає символічні перетворення, дещо некоректно: вивчення команд та інструментів *GeoGebra* дозволяє говорити про потужну динамізацію, але передбачені розробниками команди для рядку вводу та можливість програмування все ж таки не передбачають усього спектру тих перетворень алгебраїчних виразів, якими характеризуються СКА та СКМ.

Разом із цим нам імпонує підхід, який пропонують науковці до опису математичних середовищ, де передбачені динамічні зміни математичних об'єктів. При цьому зазначимо, що термін «програми динамічної геометрії» (поряд із ним «середовища динамічної геометрії» або «інтерактивні геометричні середовища») з'явився завдяки появі програм для оперування саме геометричними об'єктами. Дещо пізніше розвиток програмного забезпечення зумовив появу наступних версій таких програм, де стали з'являтися інші послуги математичного напрямку (побудова графіків функцій, дотичних, параметрична візуалізація, інтегрування тощо). Тому вважаємо природною і зміну в термінології: «програми динамічної геометрії» перетворилися на «програми динамічної математики».

Таким чином, наразі під *програмами динамічної математики варто розуміти програмні засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань, які передбачають динамічне оперування різними математичними, у тому числі геометричними, об'єктами і можливість інтерактивного одержання відомостей про їх властивості.*

До таких засобів не можна віднести СКМ і СКА, оскільки в них реалізовані дещо інші математичні операції і функції та не передбачено того механізму візуальних перетворень, які притаманні програмам динамічної геометрії. Також до таких засобів не можна віднести табличні процесори, системи статистичних розрахунків тощо через специфіку роботи у згаданих середовищах.

Програми динамічної геометрії, системи динамічної геометрії, інтерактивні геометричні системи при такому трактуванні терміну «ПДМ» автоматично включаються у програми динамічної математики як засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Таким чином, термінологічний аналіз дає підстави стверджувати наступне.

1. Огляд наукової педагогічної і методичної літератури в галузі навчання математики свідчить про те, що програмні засоби математичного спрямування загалом можна поділити на два класи. Перший клас включає системи комп'ютерної математики, які особливо ефективні при розв'язуванні різноманітних прикладних задач. До другого класу належать програми динамічної математики, у яких передбачена можливість динамічних змін вихідної математичної конструкції, вивчення набору її числових харак-

теристик чи їх відношень у динаміці. Саме це дає підґрунтя для того, щоб відносити ПДМ до засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань.

2. Під ПДМ сьогодні варто розуміти програмні засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань, які передбачають динамічне оперування різними математичними, у тому числі геометричними, об'єктами й можливість інтерактивного одержання відомостей про їх властивості. Визначальними характеристиками цих ПЗ серед інших є: інтерактивність, динамічне оперування математичними об'єктами, якісна їх візуалізація.

3. Зважаючи на те, що якісна математична освіта формується під впливом гарного вчителя, вважаємо, що професійна підготовка сучасного вчителя математики має обов'язково передбачати формування готовності в нього використовувати ПДМ як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань у професійній діяльності.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Семенихина Е. В. Формирование у будущих учителей математики навыков динамической визуализации инструментами СКМ MAPLE / Е. В. Семенихина // *European Journal of Contemporary Education*. – 2014. – 4 (10). – Р. 265–272.

2. Раков С. А. Математична освіта : компетентнісний підхід з використанням ІКТ : монографія / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.

3. Дубровский В. Н. 1С : Математический конструктор – новая программа динамической геометрии / В. Н. Дубровский, Н. А. Лебедева, О. А. Белайчук // *Компьютерные инструменты в образовании*. – 2007. – № 3. – С. 47–56.

4. Обучение математике с использованием возможностей GeoGebra // Шабанова М. В., Безумова О. Л., Ерилова Е. Н., Котова С. Н., Ларин С. В., Овчинникова Р. П., Патронова Н. Н., Павлова М. А., Томилова А. Е., Троицкая О. Н., Форкунова Л. В., Ширикова Т. С. – М. : Изд-во Перо, 2013. – 128 с.

5. Ширикова Т. С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием GeoGebra : дис...канд. пед. наук : 13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания (математика) / Т. С. Ширикова. – Архангельск, 2014. – 250 с.

6. Шуман Г. Компьютерный метод исследования функциональных зависимостей в геометрических фигурах / Г. Шуман // *Компьютерные инструменты в образовании*. – 2001. – № 2. – С. 68–74.

7. Храповицкий И. С. Эвристический полигон / И. С. Храповицкий // *Компьютерные инструменты в образовании*. – 2003. – № 1. – С. 15–26.

8. Jones K. Learning Geometrical Concepts using Dynamic Geometry Software / K. Jones // *Mathematics Education Research*. – 2001. – Р. 50–58.

9. Зеленьак О. П. Технології застосування середовищ динамічної геометрії / О. П. Зеленьак // *Інформаційні технології і засоби навчання*. – 2013. – Т. 36, № 4. – Режим доступу :

<http://journal.iitta.gov.ua>.

10. Nguyen D. N. The Development of the Proving Process within a Dynamic Geometry Environment / D. N. Nguyen // *European Researcher*. – 2012. – № 32, 10–2. – Р. 1731–1744.

11. Özen D. Investigating Pre-service Mathematics Teachers' Geometric Problem Solving Process in Dynamic Geometry Environment / D. Özen, N. Köse // *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*. – 2013. – № 4 (3). – Р. 61–74.

12. Сербис И. Н. Использование интерактивной геометрической среды при обучении школьников планиметрии / И. Н. Сербис // Известия РГПУ им. Герцена. – 2008. – № 63-2. – С. 176–179.
13. Маркова Т. В. Использование интерактивной геометрической среды GeoNext и GeoGebra при обучении геометрии в 7–8 классах / Т. В. Маркова, Л. В. Тарасова, Н. Н. Куркова // Социальный компьютеринг. – 2013. – № 1 (2). – С. 130–134.
14. Шабанова М. В. Обучение доказательству с использованием интерактивной геометрической среды / М. В. Шабанова, Т. С. Ширикова // Ярославский педагогический вестник. – 2012. – Т. 2, № 3. – С. 86–92.
15. Сергеева Т. Ф. Информационные технологии в преподавании школьного курса геометрии : классика и современность / Т. Ф. Сергеева, А. Г. Ягола, И. Н. Сербис. – Режим доступа : <http://www.chem.msu.ru/rus/books/2010/lunin/sergeeva.pdf>.
16. Hohenwarter M. Ways of Linking Geometry and Algebra : the Case of GeoGebra / M. Hohenwarter, K. Jones // Proceedings of the British Society for research into Learning Mathematics. – 2007. – № 27, 3. – P. 126–131.
17. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики / В. М. Ракута // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2012. – Т. 30, №4. – Режим доступу : <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/700/524#.VcSZJDbxubE>.

### РЕЗЮМЕ

**Семенихина Е. В., Друшляк М. Г.** Программы динамической математики: анализ терминологического поля.

*На основе анализа терминологического поля в исследованиях программ динамической математики сформулировано авторское определение понятия «программа динамической математики» (ПДМ) как средства компьютерной визуализации математических знаний, которое, по мнению авторов, наиболее корректно отражает суть предмета исследования. Приводятся аргументы, которые выделяют ПДМ среди других программных средств математического направления и усиливают важность овладения именно этими программными продуктами. Акцентировано, что использование ПДМ смещает акценты в обучении математике, позволяя отойти от простого нахождения числового результата и приближая обучение к эмпирическому поиску закономерностей, сравнительному анализу возможных ответов, интерпретации результата и критическому взгляду на его применение.*

**Ключевые слова:** программа динамической математики, программа динамической геометрии, интерактивная геометрическая система, программное средство математического направления.

### SUMMARY

**Semenikhina O., Drushlyak M.** Dynamic mathematics software: analysis of terminology field.

*The article concerns the issues of interpretation of terms related to information support for the teaching of mathematics, in particular, the concept of “dynamic mathematics software”, “dynamic geometry software”, “interactive geometry environment” and the relationship between them are analyzed. The authors used such theoretical methods of research, as analysis, comparison and generalization of scientific positions in the psychological and educational literature of native and foreign authors, including electronic editions and Internet resources.*

*Based on the conducted analysis the authors formulate a definition of the term “dynamic mathematics software” as a means of computer visualization of mathematical knowledge, which, according to the authors, most correctly reflects the essence of the*

research subject. *Dynamic mathematics software (DMS) is software that provides for dynamic manipulation of various mathematical including geometrical objects and the possibility to get information about their properties.*

*Such mathematics software should be separated from systems of computer mathematics and computer algebra systems, because other functions are implemented in the last and the mechanism of visual transformations is not provided by them. The defining characteristics of this software are the interactivity and dynamic manipulation of mathematical objects with their good visualization. In this interpretation of this term groups of DGS, DGS, IGS are automatically included in the group of DMS.*

*The arguments in favor of the use of DMS among other mathematics software are given and the importance of mastering software is justified.*

*It is noted that the use of DMS shifts the emphasis in the teaching of mathematics, allowing to move away from the finding of simple numeric result and bringing learning to experiential search for relations, comparative analysis of the possible answers, interpretation of results and critical view on its application.*

*Taking into account the fact that high-quality mathematics education is influenced by good teachers the authors believe that training of the modern teacher of mathematics must provide for the formation of readiness to use DMS as a means of computer visualization of mathematical knowledge in professional activity.*

**Key words:** *dynamic mathematics software, dynamic geometry software, interactive geometry system, mathematics software.*