

И.А. Мороз

доктор педагогических наук, профессор

А.Д. Стадник

кандидат физико-математических наук, доцент

А.В. Яременко

кандидат физико-математических наук, доцент

А.В. Трофименко

магистрант

Сумской государственной педагогический университет

имени А.С. Макаренко, г. Сумы, Украина

**МЕТОДИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ
ТЕРМОДИНАМИКИ К ПРОИЗВОЛЬНЫМ МАКРО- И НАНО-
СИСТЕМАМ**

Рассмотрено применение законов термодинамики для изучения произвольных макросистем. Предложена методика рассмотрения в учебном процессе подготовки учителя физики уравнений адиабаты для произвольных систем, соотношения коэффициентов изотермического сжатия и коэффициента адиабатического сжатия (при всестороннем сжатии), зависимости внутренней энергии от объема, соотношений между теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении, применимость уравнений термодинамики для нано- и полевых систем.

Ключевые слова: *теплоемкость, энтропия, коэффициент изотермического и адиабатического сжатия, адиабата, нанотехнология.*

При изучении статистической термодинамики в педагогических университетах, в качестве иллюстрации ее применения, обычно, ограничиваются рассмотрением изопроцессов в идеальном газе [1, 2]. В этом случае, благодаря подробным сведениям о его термическом и калорическом уравнениях состояния, действительно можно получить исчерпывающие аналитические соотношения. Однако использование законов термодинамики для изучения только идеального газа создает у студентов представление об ограниченности сферы применения этих законов. Поэтому нужно убедить студентов, что законы термодинамики имеют чрезвычайно широкий спектр применения и на их основе можно решать любые задачи, в которых рассматриваются количественные соотношения взаимного преобразования работы, теплоты и внутренней энергии. В связи с этим, мы считаем, что при изложении применения законов термодинамики в лекционном курсе следует рассматривать, в первую очередь, произвольные системы, а на семинарских занятиях демонстрировать, что соотношения, полученные для произвольных систем, содержат в себе все свойства идеальных и реальных газов.

Из практически неограниченного спектра задач, связанных с описанием свойств и процессов в термодинамических системах, рассмотрим лишь те, которые имеют достаточно важное как теоретическое, так и практическое значение, и к тому же позволяют подтвердить некоторые, известные студентам, результаты.

Для идеального газа связь между теплоемкостями при постоянном давлении c_p и постоянном объёме c_v выражается, известным из общего курса физики, уравнением Майера. Покажем, как целесообразно, на наш взгляд, выводить в лекционном курсе связь между c_p и c_v для произвольных систем.

Внутренняя энергия в данной системе включает в себя кинетическую энергию движения и потенциальную энергию взаимодействия всех частиц

системы. Кинетическая энергия частиц зависит только от температуры, а потенциальная – определяется их взаимным расположением. Поэтому внутренняя энергия простой (ее состояние описывается единственным внешним параметром – объемом) произвольной системы будет зависеть от температуры и объема $E = E(V, T)$. Бесконечно малое изменение внутренней энергии (это полный дифференциал, так как внутренняя энергия является функцией состояния) будет равно:

$$dE = \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V dT. \quad (1)$$

Поэтому первый закон термодинамики запишется в виде:

$$dQ = \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + p \right] dV + \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V dT. \quad (2)$$

Применим это выражение для одного моля произвольного вещества при $p = \text{const}$. В таком случае: $dQ = c_p dT$ и $\left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = c_v$. Подставляя эти выражения в (2), получим:

$$c_p - c_v = \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \quad (3)$$

Как следует из (2), при изобарическом процессе тепло, сообщенное системе ($dQ > 0$), идет на ее нагревание ($dT > 0$) и на выполнение работы ($dV > 0$), поэтому величина $\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ является положительной. Выражение в квадратных скобках в (3) тоже однозначно положительная величина, поскольку числитель и знаменатель в производной $\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T$ имеют всегда одинаковый знак. Поэтому приходим к важному выводу: для всех веществ разница теплоемкостей $c_p - c_v$ является величиной положительной.

Заметим, что все величины в (3), по которым вычисляется разница $(c_p - c_v)$ произвольной системы, кроме частной производной $\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T$, легко находятся экспериментально, и это открывает путь к определению

зависимости внутренней энергии системы от объема:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = \frac{c_p - c_v}{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p} - p. \quad (4)$$

Покажем, что зависимость величины внутренней энергии от объема можно определить не только по измерению теплоемкости и зависимости объема от температуры (4), но и иным способом. Для этого запишем основное уравнение термодинамики с учетом (2):

$$dS = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p \right] dV + \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V \frac{1}{T} dT.$$

Это уравнение является полным дифференциалом энтропии, выраженным в переменных (V, T) . С другой стороны, дифференциал энтропии можно записать в виде:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT.$$

Приравнявая коэффициенты при dV и dT в последних выражениях, получим:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p \right], \quad \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V \frac{1}{T}.$$

Продифференцируем первое из этих выражений по T при постоянном объеме, а второе – по V при неизменной температуре:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = -\frac{1}{T^2} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p \right] + \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \right];$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial^2 E}{\partial V \partial T} \right].$$

Воспользуемся тем, что изменение порядка дифференцирования не меняет результат. Поэтому, приравнявая правые части последних выражений, получаем еще одну очень важную формулу, которая определяет зависимость внутренней энергии от объема:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p. \quad (5)$$

Это соотношение, по сути, связывает калорическое и термическое уравнения состояния и позволяет, как и выражение (4), определить зависимость внутренней энергии произвольной системы от объема.

Приравнявая правые части выражений (4) и (5), находим разницу $(c_p - c_v)$ в следующем виде:

$$c_p - c_v = T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V. \quad (6)$$

Поскольку в правой части этого выражения фигурируют величины, которые легко определяются экспериментально, то его обычно используют для подсчета теплоемкости c_p через c_v (или наоборот). Здесь уместно рекомендовать студентам самостоятельно убедиться, что выражение (6), в применении к идеальному газу, дает известное уравнение Майера, а в случае вандерваальсовского газа разность $(c_p - c_v)$ является достаточно сложной функцией поправок на силы взаимодействия молекул [1]:

$$c_p - c_v = \frac{1}{1 - \frac{2a(V-b)^2}{TRV^3}}.$$

Найдем теперь уравнение адиабатического процесса для произвольной простой системы. Используем для этого первое начало термодинамики (2), которое в случае адиабатического процесса в произвольной системе будет иметь вид:

$$0 = \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + p \right] dV + \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_V dT.$$

Выразим величину, стоящую в квадратных скобках, через разницу теплоемкостей $(c_p - c_v)$ из формулы (4):

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + p = (c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p.$$

Тогда предыдущее уравнение примет следующий вид:

$$c_v dT + (c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV = 0.$$

Наконец, разделив последнее уравнение на (c_v) и обозначив отношение теплоемкостей c_p/c_v через γ , получим окончательно:

$$dT + (\gamma - 1) \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV = 0. \quad (7)$$

Это уравнение и является искомым уравнением адиабаты для произвольной системы в переменных (T, V) .

Чтобы получить уравнения адиабатического процесса в переменных (p, V) , или (p, T) , преобразуем уравнение (7) к этим переменным. С этой целью продифференцируем уравнение состояния произвольной термодинамической системы в форме $T = T(p, V)$ или $V = V(p, T)$:

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV + \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_V dp, \quad (8)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp. \quad (9)$$

Подстановка (8) и (9) в (7), после очевидных сокращений, дает:

$$\gamma \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p dV + \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_V dp = 0. \quad (10)$$

$$\gamma \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + (\gamma - 1) \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp = 0. \quad (11)$$

Это и есть искомые уравнения адиабаты в переменных (p, V) и (p, T) .

Обращаем внимание на то, что уравнения (7, 10, 11) являются дифференциальными. Очевидно, что они могут быть проинтегрированы, только если заданы конкретные свойства данной системы, то есть известно термическое уравнение состояния, из которого можно выразить соответствующие частные производные. Так, если обратиться к частному случаю – идеальному газу, то для одного моля имеем: $\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p = \frac{p}{R} = \frac{T}{V}$.

Поэтому выражение (7) превращается в элементарное уравнение с разделёнными переменными: $\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$, которое сразу интегрируется

и дает уравнение адиабатического процесса в идеальном газе: $TV^{\gamma-1} = const.$

Применим общее уравнение адиабаты (7) для реального газа, который описывается эмпирическим уравнением состояния, полученным Ван-дер-Ваальсом. Для одного моля газа его можно записать следующим образом:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2},$$

где a и b - поправки Ван-дер-Ваальса на силы взаимодействия молекул.

Выполним дифференцирование уравнения Ван-дер-Ваальса:

$$dp = -\left(\frac{RT}{(V-b)^2} - \frac{2a}{V^3}\right)dV + \frac{RdT}{(V-b)}.$$

Рассмотрим случай: $p = const.$ В таком случае, из последнего уравнения выражаем производную

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = \frac{V-b}{R} \left[-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \right]$$

и подставляем ее в (7):

$$dT + (\gamma - 1) \frac{V-b}{R} \left[-\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} \right] dV = 0.$$

Учитывая уравнение Ван-дер-Ваальса, и пренебрегая малыми величинами, например, произведением констант (ab), последнее выражение можно привести к виду: $\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V-b} = 0.$ После интегрирования получаем уравнение адиабатического процесса реального газа в переменных (V, T): $T(V-b)^{\gamma-1} = const.$

Аналогично можно найти уравнение адиабаты реального газа в переменных (p, T).

Найдем производные $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V$ и $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p$, а за тем подставим в (11):

$$\gamma \left(p - \frac{a}{V^2} \right) dV = -(V-b) dp.$$

Пренебрегая поправками Ван-дер-Ваальса, в результате ряда преобразований, получим выражение: $\gamma \frac{dV}{(V-b)} dV = -\frac{dp}{p}$.

После интегрирования имеем уравнение адиабатического процесса в координатах (p, V) : $p(V-b)^\gamma = const$

Однако и общая дифференциальная форма уравнения адиабаты для произвольной системы (7) дает возможность получить некоторые важные выводы для систем, термическое уравнение состояния которых не известно. В частности, исходя из него, докажем, что отношение изотермического коэффициента сжимаемости к адиабатическому коэффициенту сжимаемости (при всестороннем сжатии) равно отношению теплоемкостей $\frac{\chi_T}{\chi_s} = \gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Действительно, из уравнения (10) находим:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_s = -\frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (12)$$

Используя это соотношение, на основе определения адиабатического коэффициента сжимаемости $\chi_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_s$, получаем:

$$\chi_s = \frac{1}{\gamma V} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (13)$$

Далее, положив в (8) $T = const$ и $dT = 0$, находим:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (14)$$

Используя это соотношение, и определение изотермического коэффициента сжимаемости $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$, для произвольной системы запишем его в следующем виде:

$$\chi_T = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p. \quad (15)$$

Теперь, сравнивая (13) и (15), имеем:

$$\frac{\chi_T}{\chi_s} = \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad (16)$$

что и требовалось доказать.

Отметим также еще один важный вывод, который можно сделать из сопоставления изотермического и адиабатического коэффициентов сжимаемости произвольной системы. Согласно их определения, и принимая во внимание (16), можно записать:

$$\frac{\chi_T}{\chi_s} = \frac{-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T}{-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_s} = \gamma > 1. \quad (17)$$

Но в координатах (p, V) производная $\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)$ определяет тангенс угла наклона касательной к линии $p = f(V)$ в произвольной ее точке. Поскольку для произвольной системы справедливо выражение (16), то приходим к выводу, что адиабата для любого вещества идет более круто, нежели изотерма, следовательно, адиабата и изотерма могут пересекаться только один раз. Полученный результат дает преподавателю прекрасную возможность проиллюстрировать справедливость постулата Томсона о невозможности полного превращения теплоты в работу при круговом процессе. Действительно, если бы адиабата и изотерма имели несколько точек пересечения (например, две), то можно было бы осуществить круговой процесс (рис. 1), в котором на участке изотермического процесса (1-2) такого цикла от термостата берется некоторое количество теплоты Q_1 и за счет этой теплоты выполняется положительная работа, численно равная площади, ограниченной циклом. Таким образом, получили бы вечный двигатель второго рода, существование которого запрещается вторым началом термодинамики.

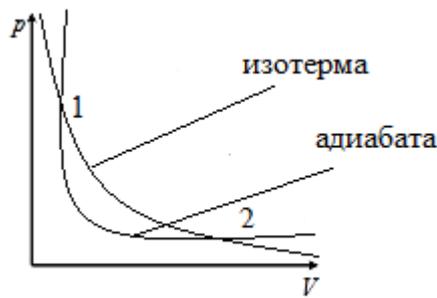


Рис. 1. «Мнимый» цикл из адиабаты и изотермы

Демонстрируя в учебном процессе широту применимости законов термодинамики, целесообразно, на наш взгляд, показать, что они применимы не только для вещественных макросистем, но и для полевых систем, например, равновесного теплового излучения, экспериментальные законы которого известны студентам из курса оптики [1]. В связи с полевыми системами студенты должны понимать, что, исходя из современных представлений, равновесное тепловое излучение можно рассматривать и как хаотичное движение особых частиц – фотонов, обладающих импульсом $P = \frac{h\nu}{c}$, где c – скорость света, h – постоянная Планка, ν – частота электромагнитной волны. Поэтому величину давления равновесного излучения, как совокупности хаотично движущихся фотонов, можно рассчитать статистическим методом, подобно тому, как рассчитывается в молекулярной физике давление идеального газа. Действительно, на элемент площади dS за время dt попадет $1/6$ всех фотонов, находящихся в цилиндре с основанием dS и образующей cdt , т.е. количество таких фотонов будет равно $dN = 1/6ncdtdS$, где n – концентрация фотонов. Коэффициент $1/6$ учитывает то, что движение фотонов в равновесном тепловом излучении хаотично, поэтому на каждую из осей координат приходится $1/3$ часть всех фотонов и лишь $1/2$ из них летит в положительном направлении каждой из осей координат.

При тепловом равновесии количество падающих фотонов и фотонов,

излучаемых элементом dS стенки сосуда, одинаково. Поэтому процесс поглощения фотона и излучения такого же фотона можно рассматривать как упругий удар, при котором фотон передает стенке импульс $2\frac{h\nu}{c}$.

Следовательно, элемент площади dS за время dt от теплового излучения получит импульс $dP = \frac{1}{3}n\frac{h\nu}{c}cdtdS$. Поэтому давление теплового излучения

$p = \frac{dP}{dtdS}$ (тут $F = \frac{dP}{dt}$ – сила, действующая перпендикулярно на площадь dS , будет равно $p = \frac{u}{3}$, где $u = \frac{E}{V}$ – объемная плотность энергии теплового излучения.

Полученный результат и выражение (5) используем для доказательства закона Стефана-Больцмана, который определяет зависимость суммарной энергии равновесного излучения от температуры.

Для этого в выражение (5) достаточно подставить объемную плотность энергии $\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = u$ и величину давления теплового излучения. Получим

уравнение с разделенными переменными: $4\frac{dT}{T} = \frac{du}{u}$, интегрирование

которого и дает закон Стефана-Больцмана: $u = \sigma T^4, E = \sigma VT^4$.

Учебные курсы и программы ВУЗов должны отображать не только общепризнанные научные теории, но и быть ориентированными на перспективные направления исследований. В последние десятилетия одной из основных задач, стоящих перед физической наукой во всех промышленно развитых странах, является развитие нанотехнологий, исследование и использование свойств нанобъектов [3-6]. Развитие нанотехнологий определит технологический облик XXI столетия. Это область исследований, включающая в себя целый ряд направлений физики, химии, биологии, электроники, и других наук. Среди направлений нанонауки можно отметить и нанотермодинамику, хотя проблема

применимости методов термодинамики к нанообъектам еще далека от своего разрешения [7]. Павлов В.А. [8] и ряд других авторов [9-12] рассмотрели различие нанотермодинамики и классической термодинамики и отмечают, что термодинамические уравнения, применимые к наносистемам, имеют более сложную структуру, но с увеличением числа молекул в системе до макроскопических значений превращаются в известные уравнения термодинамики макросистем. Другими словами, нанотермодинамика не только совместима с макроскопической термодинамикой, но одновременно является её логическим продолжением. Очевидно, пришло время и необходимость создания системы нанотехнологического образования школьников [13] и студентов, возрождения высокого уровня инженерного образования. Каким быть инженерно-физическому образованию и с чего начинать в школе и ВУЗе – это вопросы для неотложного решения. Поэтому основы нанонауки необходимо обязательно рассматривать в системе подготовки учительских кадров, поскольку сформированное научное мировоззрение учителя в последующем многократно тиражируется и позволяет (или не позволяет, если оно не сформировано) профессионально подготовить новое поколение рабочих, исследователей и инженеров, способных работать в этой новой, достаточно сложной и мультидисциплинарной области науки и техники.

Отметим, что при рассмотрении вопросов термодинамики, нужно акцентировать внимание студентов также на необходимость при термодинамических исследованиях нижним индексом указывать, при каком фиксированном параметре берется частная производная. Как видно из (18) одна и та же частная производная $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)$ имеет разное значение, в зависимости от фиксированного параметра. В связи с этим очень показателен следующий пример из истории физики.

В теории упругости доказывается, что при деформации упругой среды в ней возникают упругие (звуковые) волны, и скорость этих волн определяется производной:

$$v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}, \quad (19)$$

где p – давление, ρ – плотность.

Поскольку в газах (например, атмосферные газы) могут возникать звуковые волны, то газы можно рассматривать как упругую среду, и к ним можно применять выражение (19). Но, как известно, давление в газах зависит не только от плотности, поэтому последняя формула дает неопределенный результат до тех пор, пока не будет указано, при каких условиях следует рассматривать производную в этой формуле. Ньютон, например, считал, что поскольку при распространении упругой (т.е. звуковой) волны в газах температура не меняется, то данный процесс протекает изотермически. Из уравнения изотермического процесса ($pV = const$) для воздуха (его при обычных условиях можно рассматривать как идеальный газ) после дифференцирования ($p dV + V dp = 0$) можно определить производную:

$$\frac{dp}{d\rho} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = \frac{p}{\rho}, \quad (20)$$

от которой зависит скорость звука в воздухе. Плотность воздуха можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона $\rho = \frac{p\mu}{RT}$, тогда скорость звука в воздухе ($\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при температуре $T = 273\text{К}$ будет равна:

$$v = \sqrt{\frac{RT}{\mu}} \approx 280 \text{ м/с}. \quad (21)$$

Но опытное значение скорости звуковых волн в воздухе существенно выше и составляет ~ 330 м/с. Такое значительное расхождение экспериментальных данных и результатов теории Ньютона, без сомнения, говорит о том, что Ньютон не учел, что воздух имеет очень низкую

теплопроводность и процессы смены разрежения-сжатия воздуха, которые являются носителями звуковой волны, происходят очень быстро. Поэтому эти процессы нужно рассматривать не как изотермические, а как адиабатические. На ошибки расчетов Ньютона в 1800 году указал Лаплас, и, на самом деле, производную в (20) нужно определять следующим образом.

Для данной массы идеального газа уравнение адиабаты $pV^\gamma = const$ можно записать в виде: $p = \rho^\gamma const$. Дифференцируя это уравнение, получим: $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \gamma \rho^{\gamma-1} const = \gamma \frac{p}{\rho}$. Поэтому, с учетом последнего выражения,

скорость звука по теории Лапласа должна быть равна: $v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{\mu}{RT}}$, т.е.

в $\sqrt{\gamma}$ раз больше, чем по теории Ньютона (21). Для воздуха $\gamma = 1,4$, поэтому скорость звука должна равняться: $v = 280\sqrt{1,4} \approx 332 \text{ м/с}$, что хорошо согласуется с опытными данными.

Изложенный в статье методический анализ применения законов термодинамики к произвольным системам убеждает студентов в том, что эти законы являются очень действенным инструментом анализа процессов в любых термодинамических системах, имеют большой потенциал в формировании научного стиля мышления, и поэтому рассмотренные примеры могут быть рекомендованы для использования преподавателями в лекционной практике.

Литература

1. Мороз І.О. Основи термодинаміки та статистичної фізики: навч. посіб. / І.О. Мороз. – Суми: Видавничий дім «Папірус», 2012. – 574 с.
2. Мороз І.О. Застосування першого закону термодинаміки під час її вивчення / Мороз І.О. // Фізика та астрономія в сучасній школі. – К.: Педагогічна преса, 2012. – № 5. – С. 25 – 28.

3. Р. Фейнман Внизу полным-полно места: приглашение в новый мир физики // Рос. хим. ж. (Ж. Рос. хим. об-ва им. Д. И. Менделеева), 2002, т. XLVI, №5. с. 4.
4. N. Taniguchi On the Basic Concept of Nano-Technology // Proc. Intl. Conf. Prod. London, Part II, British Society of Precision Engineering. (1974).
5. The White House, "National Nanotechnology Initiative: Leading to the Next Industrial Revolution," press release, January 21, 2000.
6. "Программа развития nanoиндустрии в Российской Федерации до 2015 года" (одобрено Правительством РФ 17.01.2008).
7. Бабук В.А. Нанотермодинамика как инструмент описания малоразмерных объектов естественного мира / В.А. Бабук, А.Д. Зеликов, Р.М. Салимуллин //Журнал технической физики, 2013, том 83, вып. 2.
8. Павлов В.А. Отличия нанотермодинамики от классической термодинамики // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 4. Физика, химия, 2010, вып. 1, с. 24–28.
9. Гафнер Ю.Я. Возможные механизмы роста теплоемкости в наноструктурированных металлах / Ю.Я. Гафнер, С.Л. Гафнер, И.С. Замулин, Л.В. Редель, В.М. Самсонов // Физика твердого тела, 2013, том 55, вып. 10.
10. Булер П. П. Нанотермодинамика. – СПб.: Янус, 2004, -171 с.
11. Hill T.L. Thermodynamics of Small Systems. Benjamin, New York, 1963.
12. Русанов А.И. Нанотермодинамика: химический подход. – М.: 2006, Рос. хим. ж., т. L, №2, с. 145-151.
13. Официн С.И. Методика преподавания микро- и наноэлектроники в курсе физики профильных классов. Автореферат дис. к.п.н. Рязань, 2009.