Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Мартиненко О.В., Чкана Я.О. Диференціальне та інтегральне числення в задачах на послідовності // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 3 (6). – С. 33-40.

Martynenko E., Chkana Ya. The differential and integral calculus in problems on the sequence // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2015. – Issue 3 (6). – P. 33-40.

УДК 517.52(075.8)

О.В. Мартиненко, Я.О. Чкана
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ТА ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ В ЗАДАЧАХ НА ПОСЛІДОВНОСТІ

Постановка проблеми. При дослідженні функцій, визначених тільки на множині натуральних чисел N (послідовностей) не можна використовувати теорем диференціального та інтегрального числення, тому це іноді дуже ускладнює їх вивчення. З іншого боку, якщо для даної послідовності (a_n) підібрати функцію $a(x)$, визначену при всіх $x>0$, і покласти $a(n)=a_n$ для будь-яких $n\in N$, то вивчення поведінки послідовності (a_n) можна звести до дослідження функції $a(x)$, коли її аргумент набуває цілих значень. Перехід до такої функції не порушує загальності міркувань, оскільки послідовність є частинним випадком функціональної залежності. Звичайно, що шукана функція повинна бути досить "гарною", наприклад, неперервною, диференційовною тощо. Підібрати функцію, аналітичний вираз якої визначається не дуже складною формулою, не завжди легко, хоча неперервних кривих, що проходять через точки $(n;a_n)$ на координатній площині, існує безліч. Іноді підбір відповідної функції неперервного аргументу логічно визначається самою задачею, але досить часто її вигляд не є очевидним і пошук «найкращої» формули вимагає ґрунтовних знань. У найпростіших випадках у формулі загального члена послідовності досить замінити дискретний аргумент n на неперервний аргумент x. Але така заміна не завжди можлива, наприклад, для послідовності $a_n=(-1)^n$, хоча тотожність $(-1)^n=\cos\pi n$ дозволяє задати функцію $a(x)$ як $a(x)=\cos\pi x$; для послідовності, загальний член якої $a_n=n!$, $a(x)$ можна задати функцією Ейлера $a(x)=\int\limits_0^{+\infty}e^{-t}t^x dt$.

Мета статті. Метою цієї статті є виділити деякі класи задач на послідовності, розв'язання яких потребує переходу до функцій неперервного аргументу, та розкрити особливості застосування математичного апарату диференціального та інтегрального числення при їх розв'язуванні.

Виклад основного матеріалу.

1.Застосування диференціального числення.

Однією з найбільш поширених задач є наступна: для заданої числової послідовності знайти її найбільший або найменший член (чи довести її обмеженість).

Перейшовши до функції неперервного аргументу заміною дискретної змінної n на змінну x при $x \geq 1$, знаходимо її екстремальні значення, застосовуючи відповідні теореми диференціального числення функції однієї змінної. При зворотному переході до змінної n необхідно порівняти найближчі до знайдених значень змінної x цілі значення n і обрати серед них ті, які відповідають умові задачі.

Нехай потрібно знайти найбільший член послідовності $a_n = \frac{n-1}{n^2 - n + 7}$ [1].

Для цього розглянемо функцію $a(x) = \frac{x-1}{x^2 - x + 7}$, $x \geq 1$ і знайдемо її похідну: $a'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 6}{\left(x^2 - x + 7\right)^2}$. Очевидно, що точка $x = 1 + \sqrt{7} \approx 3{,}6$ є точкою локального максимуму цієї функції для $x \geq 1$. Повертаючись до послідовності, і враховуючи, що $x = 1 + \sqrt{7} \in [3;4]$, порівняємо значення a_3 і a_4. Маємо, що $a_3 = \frac{2}{3}$, $a_4 = \frac{3}{19}$, тобто найбільшим членом заданої послідовності є $a_4 = \frac{3}{19}$.

Розглянемо задачі на обчислення границь послідовностей, при знаходженні яких перехід до функцій неперервного аргументу та застосування до них правила Лопіталя є більш ефективним.

Розглянемо послідовності, загальні члени яких мають вигляд $a_n = \frac{f(n)}{g(n)}$ або $\ln a_n = \frac{f(n)}{g(n)}$. Перейдемо в кожній частині цих рівностей від змінної n до x, відповідно матимемо функції $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ або $y = \ln \frac{f(x)}{g(x)}$. Очевидно, що коли існує $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$, то існують і границі $\lim\limits_{n \to \infty} a_n$ та $\lim\limits_{n \to \infty} \ln a_n$, причому $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = \lim\limits_{x \to \infty} y$ або $\lim\limits_{n \to \infty} \ln a_n = \lim\limits_{x \to \infty} \ln y$. Отже, замість того, щоб шукати границю числової послідовності при $n \to \infty$, ми знаходимо границю відповідної функції при $x \to \infty$.

Доведемо, що $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ [2]. Для цього розглянемо функцію $y = \frac{\ln x}{x}$ і знайдемо її границю за правилом Лопіталя: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\ln x}{x} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$. Тоді можна стверджувати, що й $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\ln n}{n} = 0$, а отже, $\lim\limits_{n \to \infty} \ln \sqrt[n]{n} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\ln n}{n} = 0$, і $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

Даний метод досить часто є корисним при обчисленні сум збіжних числових рядів.

Нехай потрібно знайти суму числового ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ [3]. Розглянемо послідовність його частинних сум $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k}$ і, виконавши перетворення, отримаємо, що

$$\frac{1}{2} S_n = S_n - \frac{1}{2} S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} - \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} - \sum_{k=1}^{n} \frac{k+1}{2^{k+1}} + \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k} - \frac{n+1}{2^{n+1}} = 1 - \frac{n+2}{2^{n+1}}$$

або $S_n = 2 - \dfrac{n+2}{2^n}$.

Відомо, що збіжність числового ряду рівносильна збіжності послідовності його частинних сум. Розглянемо функцію $y = \dfrac{x+2}{2^x}$ і обчислимо її границю за правилом Лопіталя: $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x+2}{2^x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{2^x \ln 2} = 0$. Повертаючись до послідовності (S_n), знайдемо, що $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(2 - \dfrac{n+2}{2^n}\right) = 2$ і $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{2^n}$ =2.

2. Застосування інтегрального числення.

Для знаходження границь числових послідовностей вигляду $\lim\limits_{n\to\infty}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$ інколи зручно скористатись означенням визначеного інтеграла як границі послідовності інтегральних сум виду $\sum\limits_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k$, складених для деякої функції $f(x)$ на відрізку $[a;b]$. При цьому потрібно переконатись, що кожен із доданків під знаком границі є нескінченно малою величиною при $n \to \infty$, а кількість самих доданків нескінченно велика. Не порушуючи загальності міркувань, можна розбити відрізок $[a;b]$ на n рівних частин $\left(\Delta x_k = \dfrac{b-a}{n}, k = 1,2,\ldots,n\right)$, покласти $c_k = x_k = a + \dfrac{b-a}{n}k,\ k = 1,2,\ldots,n$ і перетворити вираз під знаком границі до вигляду $\sum\limits_{k=1}^{n} f(x_k)\dfrac{b-a}{n}$.

Обчислимо границю $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1^\alpha + 2^\alpha + \ldots + (n-1)^\alpha}{n^{\alpha+1}}$, $\alpha > 0$ [4]. Розглянемо функцію $y = x^\alpha$ на відрізку $[0;1]$, розіб'ємо його на n рівних частин $\left(\Delta x_k = x_k - x_{k-1} = \dfrac{1}{n}\right)$ і покладемо $c_k = x_{k-1} = \dfrac{k-1}{n}$, $k = 1,2,\ldots,n$. Тоді

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^\alpha + 2^\alpha + \ldots + (n-1)^\alpha}{n^{\alpha+1}} = \lim_{n\to\infty}\left[\left(\frac{1}{n}\right)^\alpha \cdot \frac{1}{n} + \left(\frac{2}{n}\right)^\alpha \cdot \frac{1}{n} + \ldots + \left(\frac{n-1}{n}\right)^\alpha \cdot \frac{1}{n}\right] =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} (c_k)^\alpha \Delta x_k = \int_0^1 x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1}.$$

Дуже ефективним є застосування даного методу при обчислити границі $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n!}}{n}$. [5] Позначимо через A шукану границю і знайдемо її логарифм:

$$\ln A = \lim_{n\to\infty} \ln \frac{\sqrt[n]{n!}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\ln\frac{1}{n} + \ln\frac{2}{n} + \ldots + \ln\frac{n}{n}\right).$$

Зауважимо, що неперервність логарифмічної функції дозволяє поміняти місцями операції логарифмування і знаходження границі.

Вираз під знаком границі є інтегральною сумою для функції $y = \ln x$ на відрізку $[0;1]$, отже, $\ln A = \int\limits_0^1 \ln x dx = \lim\limits_{\varepsilon\to 0}(x\ln x - x)\Big|_\varepsilon^1 = -1$ і $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n!}}{n} = e^{-1}$.

У деяких випадках використання геометричного змісту визначеного інтеграла $\int_a^b f(x)dx$ дозволяє знаходити суми скінченної кількості доданків.

Відомо, що при довільних значеннях $k \in N$ сума $S_k = 1^k + 2^k + \ldots + n^k$ може бути подана як многочлен від n степеня $k+1$, наприклад,

$$S_1(n) = 1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$S_2(n) = 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$S_3(n) = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

Ці формули можна довести методом математичної індукції, але цікавим є запропонований метод, який розглянемо на прикладі $S_1(n)$ [1].

З геометричної точки зору сума $S_1(n) = 1 + 2 + \ldots + n$ дорівнює сумі площ прямокутників (див. рис.1), а площа криволінійної трапеції, обмеженої прямими $y = 0,\ y = x + \frac{1}{2},\ x = n-1,\ x = n$, дорівнює площі прямокутника з основою $[n-1; n]$ і висотою n, тобто $\int_{n-1}^{n}\left(x + \frac{1}{2}\right)dx = n$ для $\forall n \in N$.

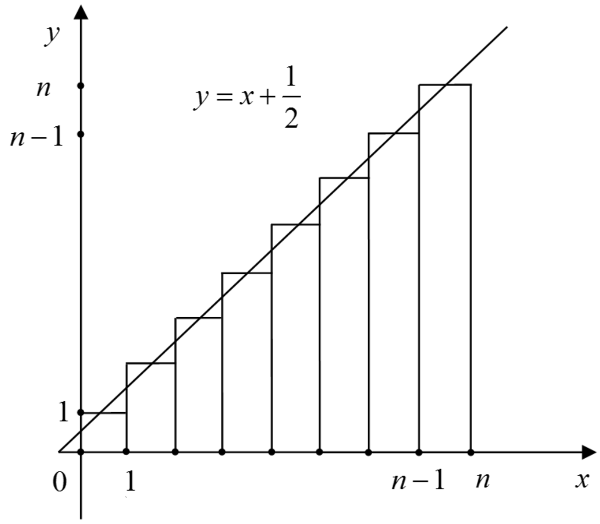

Рис. 1. Рисунок до задачі на обчислення суми $S_1(n)$

Отже, $1 + 2 + \ldots + n = \sum_{k=1}^{n}\int_{k-1}^{k}\left(x + \frac{1}{2}\right)dx = \int_0^n\left(x + \frac{1}{2}\right)dx = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$.

Запропоновану ідею використаємо для розв'язування більш загальної задачі.

Нехай потрібно суму $S_k(n)$ представити у вигляді многочлена степеня $k+1$. Дана задача буде розв'язаною, якщо вдасться знайти для довільного k многочлен $P_k(x)$ степеня k такий, що $\int_{n-1}^{n} P_k(x)dx = n^k$ для $\forall n \in N$. Тоді шукана сума буде $S_k(n) = \int_0^n P_k(x)dx$.

Покажемо, що такий многочлен існує та єдиний. Нехай $P_k(x) = a_0x^k + a_1x^{k-1} + ... + a_k$. Рівність

$$\int_{n-1}^{n} P_k(x)dx = n^k = \frac{a_0}{k+1}\left(n^{k+1} - (n-1)^{k+1}\right) + \frac{a_1}{k}\left(n^k - (n-1)^k\right) + ... + a_k$$

виконується лише тоді, коли коефіцієнти при однакових степенях змінної n рівні між собою. Використовуючи біном Ньютона, знайдемо, що $n^m - (n-1)^m = mn^{m-1} - \frac{m(m-1)}{2}n + ... + (-1)^{m-1}$.

Для визначення коефіцієнтів $a_0, a_1, ..., a_k$ отримаємо систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ -\frac{k}{2}a_0 + a_1 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{(-1)^k}{k+1}a_0 + \frac{(-1)^{k-1}}{k}a_1 + ... + a_k = 0. \end{cases}$$

Ця система має єдиний розв'язок, тому такий многочлен існує та єдиний.

Проілюструємо даний метод на прикладі обчислення суми $1^3 + 2^3 + ... + n^3$ [1]. Знайдемо многочлен $P_3(x) = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ такий, що $\int_{n-1}^{n} P_3(x)dx = n^3$ для $\forall n \in N$. Проінтегрувавши почленно підінтегральну функцію отримаємо, що

$$\frac{a_0}{4}\left(4n^3 - 6n + 4n - 1\right) + \frac{a_1}{3}\left(3n^2 - 3n + 1\right) + \frac{a_2}{2}(2n - 1) + a_3 = n^3.$$

Коефіцієнти даного многочлена є розв'язками системи

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ -\frac{3}{2}a_0 + a_1 = 0, \\ a_0 - a_1 + a_2 = 0, \\ -\frac{1}{4}a_0 + \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}a_2 + a_3 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = \frac{3}{2}, \\ a_2 = \frac{1}{2}, \\ a_3 = 0. \end{cases}$$

Отже шуканий многочлен має вигляд $P_3(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$, а сума $S_3(x) = \int_0^n P_3(x)dx = \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

Нехай потрібно знайти наближене значення суми S_n перших n членів послідовності $\ln 1, \ln 2, ..., \ln n, ...$ [6].

Складемо спочатку суму $\tilde{S}_n = \ln 2 + \ln 3 + ... + \ln(n-1) + \frac{1}{2}\ln n$ і покажемо, що для неї має місце подвійна нерівність $\int_{\frac{3}{2}}^{n} \ln x dx < \tilde{S}_n < \int_1^n \ln x dx$. Для цього на графіку функції $y = \ln x$ проведемо дві ламані: перша складається з прямих, що з'єднують на графіку точки $\ln k$ і $\ln(k+1)$ для $k = 1, 2, ..., n-1$, друга - з прямих, що є дотичними до точок

$\ln 2, \ln 3, ..., \ln(n-1)$. Перша ламана, очевидно, лежить нижче від графіка функції $y = \ln x$, друга - вище від нього. Площа фігури, обмеженої першою ламаною, віссю Ox і прямою $x = n$, дорівнює $\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}(\ln 2 + \ln 3) + \frac{1}{2}(\ln 3 + \ln 4) + ... + \frac{1}{2}(\ln(n-1) + \ln n) = \tilde{S}_n$ і вона, очевидно, менша за значення інтеграла $\int_1^n \ln x dx = n\ln n - n + 1$. Площа другої фігури, обмеженої другою ламаною, віссю Ox і прямими $x = \frac{3}{2}$ та $x = n - \frac{1}{2}$, до якої додано ще прямокутник шириною $\frac{1}{2}$ і висотою $\ln n$, також дорівнює $\tilde{S}_n$. Вона є більшою за значення інтеграла $\int_{\frac{3}{2}}^n \ln x dx = n\ln n - n - \frac{3}{2}\ln\frac{3}{2} + \frac{3}{2}$.

Оскільки значення суми $S_n = \tilde{S}_n + \frac{1}{2}\ln n = \ln n!$, то має місце нерівність

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\ln n - n + \frac{3}{2}\left(1 - \ln\frac{3}{2}\right) < \ln n! < \left(n + \frac{1}{2}\right)\ln n - n + 1.$$

Позначимо $\ln n! - \left(n + \frac{1}{2}\right)\ln n + n = \delta_n$, тоді різниця між правою частиною нерівності і $\ln n!$ буде складати $1 - \delta_n$. Ця величина дорівнює площі між графіком логарифмічної функції і першою ламаною, яка зменшується при зростанні n, отже послідовність (δ_n) монотонно спадає. З нерівності $\frac{3}{2}\left(1 - \ln\frac{3}{2}\right) < \delta_n < 1$ слідує її обмеженість. Тому дана послідовність має границю, що міститься між вказаними числами. Позначимо цю границю через $\ln c$, де $2{,}74 < c < 2{,}75$ ($c \approx \sqrt{2\pi}$). Отже, за наближене значення суми n перших членів послідовності $\ln 1, \ln 2, ..., \ln n, ...$ можна взяти величину

$$\sum_{k=1}^n \ln k \approx n\ln n + \frac{1}{2}\ln n - n + \ln\sqrt{2\pi}.$$

З даного наближення можна легко отримати відому формулу Стірлінга $n! \approx \frac{\sqrt{2\pi n}n^n}{e^n}$, яка дає досить добрі наближення $n!$.

Нехай потрібно обчислити суму $\sum_{k=1}^n \cos k$ [1]. Підберемо неперервну функцію $f(x)$ так, щоб при всіх $n \in N$ виконувалась рівність $\int_{n-1}^n f(x)dx = \cos n$. Враховуючи вигляд правої частини рівності, функцію $f(x)$ природно шукати як гармоніку $f(x) = A\cos(x + \alpha)$.

Маємо, що рівність

$$\int_{n-1}^n f(x)dx - \cos n = \int_{n-1}^n A\cos(x + \alpha)dx - \cos n = A\sin(n + \alpha) - A\sin(n + \alpha - 1) - \cos n =$$

$$= A\sin n\cos\alpha + A\cos n\sin\alpha - A\sin n\cos(\alpha - 1) - A\cos n\sin(\alpha - 1) - \cos n = 0$$

виконується, якщо коефіцієнти при $\sin n$ та $\cos n$ дорівнюють нулю, або

$$\begin{cases} A\sin\alpha - A\sin(\alpha-1) - 1 = 0, \\ A\cos\alpha - A\cos(\alpha-1) = 0. \end{cases}$$

Оскільки $A \neq 0$, то з другого рівняння знайдемо, що $\alpha = \frac{1}{2} + \pi m,\ m \in Z$, зокрема, при $m = 0$ маємо $\alpha = \frac{1}{2}$. З першого рівняння отримаємо значення $A = \dfrac{1}{2\sin\frac{1}{2}}$, тоді функція $f(x)$ набуватиме вигляду $f(x) = \dfrac{1}{2\sin\frac{1}{2}}\cos\left(x + \frac{1}{2}\right)$ і

$$\sum_{k=1}^{n}\cos k = \int_0^n \frac{1}{2\sin\frac{1}{2}}\cos\left(x+\frac{1}{2}\right)dx = \frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right) - \sin\frac{1}{2}}{2\sin\frac{1}{2}} = \frac{\sin n\cos(n+1)}{\sin\frac{1}{2}}.$$

Висновки. Перехід до функцій неперервного аргументу дозволяє застосувати математичний апарат диференціального та інтегрального числення при розв'язуванні задач на послідовності, коли інші методи або не працюють, або не є ефективними. Описаний метод дозволяє розв'язувати задачі на обмеженість числових послідовностей, обчислення їх границь та підсумовування.

Список використаних джерел

1. Коновалов С. Метаморфозы последовательностей // Квант, 1998, №6. – С. 24-26.
2. Ясінський В., Ушаков Р. Про один метод знаходження границі числової послідовності певного виду // Математика в школі, №4, 2012. – С. 36-41.
3. Лейфура В., Воробйова А. Про інтеграл та його застосування до розв'язування задач // Математика в школі, №3, 2000. – С. 46-51.
4. Марон И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной. – М., Наука, 1970. – 399 с. – С. 278.
5. Кратко М. Задача на підсумовування послідовностей // Математика в школі, №10, 2008. – С. 29-34.

Анотація. Мартиненко О.В., Чкана Я.О. Диференціальне та інтегральне числення в задачах на послідовності.

У математичному аналізі та на олімпіадах з математики різного рівня досить часто зустрічаються задачі на числові послідовності, які не мають стандартних методів розв'язування. Іноді пошук розв'язку такої задачі потребує ґрунтовних досліджень, пов'язаних з властивостями функцій. Якщо для заданої послідовності (a_n) підібрати деяку функцію $a(x)$, визначену при всіх $x > 0$, і покласти $a(n) = a_n$ для будь-яких $n \in N$, то вивчення послідовності можна звести до дослідження функції $a(x)$ в цілочисельних точках. Цей підхід дозволяє зокрема використовувати теореми диференціального та інтегрального числення при розв'язуванні таких задач.

Нажаль, у науковій та методичній літературі з математичного аналізу даний підхід не виділений як метод розв'язування задач на послідовності, не встановлені класи задач, для яких він є найбільш ефективним, а пропонуються лише окремі з них.

У даній статті ми виділили типи задач на послідовності, розв'язання яких потребує переходу до функцій неперервного аргументу, та розкрили особливості застосування математичного апарату диференціального та інтегрального числення при їх розв'язуванні.

***Ключові слова**: послідовність, функція, диференціальне, інтегральне числення, задача.*

Аннотация. Мартыненко Е.В., Чкана Я.О. Дифференциальное и интегральное исчисление в задачах на последовательности

В математическом анализе и на олимпиадах по математике разного уровня довольно часто встречаются задачи на числовые последовательности, которые не имеют стандартных методов решения. Иногда поиск решения такой задачи требует основательных исследований, связанных со свойствами функций. Если для заданной последовательности (a_n) *подобрать некоторую функцию* $a(x)$, *определенную при всех* $x>0$, *и положить* $a(n)=a_n$ *для всех* $n\in N$, *то изучение последовательности можно свести к исследованию функции* $a(x)$ *в целочисленных точках. Этот подход позволяет в частности использовать теоремы дифференциального и интегрального исчисления при решении таких задач.*

К сожалению, в научной и методической литературе по математическому анализу данный подход не выделен как метод решения задач на последовательности, не установлены классы задач, для которых он является наиболее эффективным, а предлагаются лишь некоторые из них.

В данной статье мы выделили типы задач на последовательности, решение которых требует перехода к функциям непрерывного аргумента, и раскрыли особенности применения математического аппарата дифференциального и интегрального исчисления при их решении.

***Ключевые слова:** последовательность, функция, дифференциальное, интегральное исчисление, задача.*

Abstract. Martynenko E., Chkana Ya. The differential and integral calculus in problems on the sequence.

Problems on numeric sequences that do not have standard methods of solution are quite common in mathematical analysis and at math competitions of various levels. Sometimes the search for the solution of this problem requires fundamental research related to the properties of functions. If you pick up some function $a(x)$, *defined at all* $x>0$, *for the given sequence* (a_n), *and put* $a(n)=a_n$ *for any* $n\in N$, *then the study of sequence can be reduced to the study of function* $a(x)$ *in integer points. This approach allows us to use theorems of differential and integral calculus in solving these problems.*

Unfortunately, in the scientific and methodical literature on mathematical analysis this approach is not highlighted as a method for solving sequence problems, classes of problems, for which it is most effective, are not established, and only some of them are offered.

In this article authors have identified the types of sequence problems, which solution requires a transition to functions of continuous argument, and revealed the features of the application of mathematical apparatus of differential and integral calculus in solving them.

***Key words:** sequence, function, differential, integral calculus problem.*