Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Кугай Н.В., Калініченко М.М. Формування вмінь майбутніх учителів математики застосовувати метод аналогій у процесі навчання дисциплін математичного спрямування. Фізико-математична освіта. 2019. Випуск 1(19). С. 88-94.

Kuhai N., Kalinichenko M.Formation Of Skills Of Future Mathematics Teachers To Use The Anology Method In The Process Of Learning Of Mathematics Disciplines. Physical and Mathematical Education. 2019. Issue 1(19). P. 88-94.

DOI 10.31110/2413-1571-2019-019-1-014
УДК 378.011

Н.В. Кугай
Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка, Україна
nkuhai@gmail.com
М.М. Калініченко
Радіоастрономічний інститут АН України, Україна
Глухівський національний педагогічний університет імені Олександра Довженка, Україна
kalinich@rian.kharkov.ua

ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ЗАСТОСОВУВАТИ МЕТОД АНАЛОГІЙ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІН МАТЕМАТИЧНОГО СПРЯМУВАННЯ

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. *Формування методологічних знань і вмінь майбутніх учителів математики у процесі навчання дисциплін математичного спрямування є однією із актуальних проблем методичної науки. Як відомо, нині найпоширенішою серед дослідників є структурна модель методологічних знань, в якій виокремлено чотири рівні: філософський; загальнонауковий; конкретно науковий; технологічний. Метод аналогій відноситься до методологічних знань загальнонаукового рівня. Від сформованості вмінь застосовувати цей метод залежить і загальний рівень сформованості методологічних знань і вмінь студентів-математиків. Для успішного і ефективного засвоєння знань про метод аналогій і вмінь його застосовувати слід з'ясувати: що таке аналогія, на змісті якого навчального матеріалу і якими прийомами доцільно формувати вміння застосовувати метод аналогій.*

Матеріали і методи. *Аналіз наукової, навчально-методичної літератури з проблеми дослідження (математики та методики навчання математики, методології, логіки), порівняння, узагальнення.*

Результати. *Обґрунтовано, що у навчанні дисциплін аналогію слід розглядати і як схожість між поняттями, і як логічний висновок, і як метод пізнання. Розглянуто приклади тем з різних математичних дисциплін, на матеріалі яких доцільно формувати вміння застосовувати аналогію. Вказано прийоми формування методологічних вмінь майбутніх учителів математики застосовувати метод аналогій. Наведено приклади, в яких висновок за аналогією приводить до хибних тверджень.*

Висновки. *Для свідомого формування знань про метод аналогій та вмінь цей метод застосовувати слід якнайраніше ознайомити студентів з цим методом, показати можливості його застосування у процесі навчання різних дисциплін математичного циклу, прийоми формування вміння застосовувати метод аналогій. Важливим фактором для застосування методу аналогій як методу пізнання є демонстрація прикладів неправомірного використання аналогії.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: аналогія, дисципліни математичного спрямування, методологічні знання і вміння.

ВСТУП

Постановка проблеми. Сучасний стан розвитку суспільства характеризується стрімким зростанням потоку відомостей, підвищенням значущості математичного знання в професійній діяльності людства. Збільшується не тільки кількість наук, які застосовують математику як засіб розв'язання поставлених задач і як мову, але й обсяг математичних знань, використовуваних цими науками (Бевз, 1989). У зв'язку з цим на перший план виступає завдання підготовки творчої особистості, здатної швидко орієнтуватися в нових соціальних, економічних і виробничих ситуаціях. Іншими словами, потрібен фахівець, який володіє *методологічними знаннями*. Все назване вище стосується і навчання у вищій школі, зокрема підготовки майбутнього вчителя математики. До методологічних знань майбутніх учителів математики відносяться і знання про метод аналогій.

Аналіз актуальних досліджень. Питаннями аналізу і оцінки методу аналогій займалося чимало науковців з різних галузей знань, у тому числі з математики та методики навчання математики (детальний огляд наведено, зокрема, у статтях (Петько, 2016), (Костюченко, 2017)). Так, відомий американський математик Д. Пойа, розглянувши метод аналогій як метод пізнання, зауважив, що «аналогія … має долю у всіх відкриттях, а в деяких вона має левову долю» (Пойа, 1975, с. 39). На важливій ролі методу аналогій у професійній підготовці вчителя математики акцентовано у монографії Г. Михаліна

(Михалін, 2003). У роботі І. Гордієнко (Гордієнко, 2013) розглянуто різні види аналогій, їх функції та можливості застосування методу аналогій як методу навчання у шкільному курсі математики. Метод аналогій як елемент *методологічних знань* майбутніх учителів математики висвітлений у науковій літературі недостатньо.

Мета статті. Запропонувати шляхи та прийоми формування вмінь майбутніх учителів математики застосовувати метод аналогій у процесі навчання дисциплін математичного спрямування.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для написання статті використано, переважно, теоретичні методи пізнання: аналіз наукової, навчально-методичної літератури з проблеми дослідження (математики та методики навчання математики, методології, логіки), порівняння, узагальнення.

РЕЗУЛЬТАТИ І ОБГОВОРЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо тлумачення поняття «аналогія» в різних джерелах:

1. *Аналогія* – 1) подібність, схожість у чому-небудь між предметами, явищами, поняттями; 2) логічний висновок, зроблений на підставі схожості, подібності у чому-небудь предметів, явищ, понять (Словник, 1970).

2. *Аналогія* — метод, відповідно до якого на підставі подібності предметів за одними ознаками робиться висновок про їх подібність за іншими ознаками (Щерба та інші, 2004).

3. *Аналогія* є одним з методів наукового пізнання, за допомогою аналогії досягається знання про предмети і явища на підставі того, що вони мають подібність із іншими (Колесников, 2011).

4. *Аналогія* – метод наукового пізнання, під час якого встановлюється подібність у деяких рисах, якостях і відношеннях між нетотожними об’єктами (Сисоєва & Кристопчук, 2013).

У контексті нашого дослідження будемо розглядати аналогію і як схожість між поняттями, і як логічний висновок, і як метод пізнання. Загальновідомо, що умовивід (висновок) за аналогією має таку схему:

Об’єкт *A* має властивості *a*, *b*, *c*, *d*
<u>Об’єкт *B* має властивості *a*, *b*, *c*</u>
Ймовірно, об’єкт *B* має властивість *d*

Висновок за аналогією схожий до індуктивного висновку, він ймовірнісний. Тому одержане таким чином твердження треба або довести, або спростувати. У цьому сенсі аналогія переходить у метод теоретичного пізнання: висувається гіпотеза, яка підлягає подальшому дослідженню; якщо вона підтверджується (у математиці – доводиться), то отримуємо нове (об’єктивно чи суб’єктивно) знання.

У монографії (Кугай, 2017) для кожної навчальної дисципліни математичного спрямування вказано теми, для успішного вивчення яких доцільно застосувати метод аналогій. Розглянемо конкретні приклади.

1. *Математичний аналіз*. Зауважимо, що важливість аналогії у процесі вивчення цієї дисципліни розглянута у роботі Г. Михаліна (Михалін, 2003). Наведемо окремі приклади з цієї роботи і вкажемо прийоми формування вмінь студентів застосовувати метод аналогій для вказаних ситуацій.

Приклад 1.1. Границя в точці функції однієї і багатьох змінних.

З метою свідомого формування вмінь студентів-математиків застосовувати метод аналогій доцільно викладачеві на початку першої лекції з теми «Границя функції багатьох змінних» за активної участі студентів записати на дошці (або висвітлити на слайді) означення границі в точці функції однієї змінної:

$$a = \lim_{x \to x_0} f(x) \overset{def}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta(\varepsilon) > 0 \; \forall x : 0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon) \; |f(x) - a| < \varepsilon \qquad (1)$$

Далі звернутися до студентів із запитаннями: Що означає $|x - x_0|$? (Очікувана відповідь: Це відстань між точками *x* і x_0). Введемо позначення: $|x - x_0| = \rho(x, x_0)$. Тоді рівність (1) можна записати так:

$$a = \lim_{x \to x_0} f(x) \overset{def}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta(\varepsilon) > 0 \; \forall x : 0 < \rho(x, x_0) < \delta(\varepsilon) \; |f(x) - a| < \varepsilon \qquad (2)$$

Після цього викладач:

- формулює і записує на дошці (висвітлює на слайді) означення границі в точці функції *n* змінних:

Нехай $f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n),\ x_0 = (x_{01}, x_{02}, ..., x_{0n})$.

$$a = \lim_{x \to x_0} f(x) \overset{def}{\Leftrightarrow} \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta(\varepsilon) > 0 \; \forall x : 0 < \rho(x, x_0) < \delta(\varepsilon) \; |f(x) - a| < \varepsilon; \qquad (3)$$

- пропонує студентам порівняти ці означення та зробити висновок (Очікувана відповідь: означення схожі);
- пропонує зробити припущення про властивості границі в точці функції *n* змінних (Очікувана відповідь: Мабуть, ці властивості *аналогічні* властивостям границі в точці функції однієї змінної);
- формулює за активної участі властивості границі в точці функції *n* змінних;
- пропонує студентам довести сформульовані властивості самостійно (самостійна поза аудиторна робота).

Приклад 1.2. Диференціальне числення функції однієї і багатьох змінних.

Як і у попередньому прикладі, доцільно записати означення похідної функції в точці та означення частинних похідних першого порядку (як границю відношення відповідних приростів функції до приросту аргумента за умови, що приріст аргумента прямує до 0). З того, що ці означення схожі, студенти роблять припущення про *аналогічність* способів і методів обчислення частинних похідних. На матеріалі теми «Диференційовність функції *n* змінних» доцільно показати, що висновки за аналогією є тільки правдоподібними, не завжди істинними. Так, порівнюючи означення поняття «диференційовна функція» для функції однієї змінної і для функції 2-х змінних, студенти, як правило, роблять припущення про *аналогічність* властивостей диференційовної функції 2-х змінних властивостям диференційовної функції однієї змінної. Для спростування цього припущення (тобто, не **всі** властивості аналогічні), доцільно навести приклад функції 2-х змінних, яка має частинні похідні в деякій точці, але не є диференційовною в цій точці, та розв'язати цей приклад (а *аналогічні* властивості сформулювати як теореми і запропонувати їх довести студентам самостійно). Прикладом може слугувати функція $f(x,y)=\sqrt{|x\cdot y|},(x;y)\in R^2,(x_0;y_0)=(0;0)$.

Застосування методу аналогій, розглянуте у прикладах 1.1 та 1.2, сприяє перенесенню студентами знань і вмінь, сформованих у процесі вивчення одних тем навчальної дисципліни, на іншу тему; самооцінці та рефлексії студентів щодо сформованих знань та вмінь; підвищенню рівня самостійності у навчанні.

Приклад 1.3. Числові ряди і скінченні суми.

Запис числового ряду у вигляді $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ наводить студентів на думку про *аналогічність* властивостей числового ряду і суми скінченної кількості дійсних чисел $\sum_{n=1}^{m}u_n$. Щоб показати хибність повної аналогії, доцільно після вивчення питання про збіжність гармонійного ряду підкреслити той факт, що сума скінченної кількості дійсних чисел завжди існує і єдина, а от про «суму» зчисленної кількості дійсних чисел такого сказати не можна: не можна говорити про суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, оскільки цей ряд розбіжний. Для обґрунтування неправомірності довільного розставляння дужок у числовому ряді слід розглянути, наприклад, ряд $1-1+1-1+\ldots+(-1)^{n+1}+\ldots$ і запропонувати студентам: 1) дослідити його на збіжність (Очікувана відповідь: ряд розбіжний, бо $\lim\limits_{n\to\infty}u_n\neq 0$); 2) розставити дужки так, щоб «сума» ряду була рівна 0 (Очікувана відповідь: $(1-1)+(1-1)+\ldots$); 3) розставити дужки так, щоб «сума» ряду була рівна 1 (Очікувана відповідь: $1-(1-1)-(1-1)-\ldots$). Обов'язково після такого завдання викладач має акцентувати увагу студентів на тому, що пропонований ряд суми не має, бо він розбіжний. Після вивчення теми «Числові ряди» доцільно з'ясувати за активної участі студентів відповідь на запитання: У якому випадку властивості числових рядів аналогічні властивостям суми скінченної кількості доданків?

2. *Аналітична геометрія*. Найпростіший приклад – Вектори на площині і в просторі. У цій роботі ми не зупиняємося на цьому прикладі, але під час вивчення відповідних питань обов'язково слід акцентувати увагу студентів на цій аналогії. Це слугуватиме прикладом того, як навчати сьогоднішнього студента, щоб «він не тільки опановував відповідний теоретичний матеріал, але й навчався навчати своїх майбутніх учнів» (Михалін, 2003).

Приклад 2.1. Пряма лінія на площині і в просторі.

Для цілеспрямованого формування знань про метод аналогій і вміння його застосовувати на початку лекції «Пряма лінія в просторі» необхідно актуалізувати знання студентів з теми «Пряма лінія на площині», застосувавши, наприклад, метод контрольних запитань (після правильної відповіді студентів рівняння прямої з'являється на слайді, друга колонка таблиці 1):

1. Запишіть векторне рівняння прямої на площині.
2. Як з цього рівняння можна отримати параметричне? Запишіть його.
3. Яке ще рівняння прямої можна отримати з параметричного? Запишіть його.
4. Які ще види рівнянь прямої на площині ви можете назвати?
5. Чи зміниться форма векторного рівняння прямої у просторі? (Ні). А як зміниться його зміст? (Записані вектори матимуть три координати).
6. То як можна записати ще рівняння прямої у просторі?

Після таких запитань студентам пропонується заповнити таблицю 1 (останню колонку).

Таблиця 1

Рівняння прямої[1]

Назва рівняння	Пряма на площині	Пряма у просторі
Векторне	$\dot{r}=\dot{r}_0+t\dot{s},t\in R$	$\dot{r}=\dot{r}_0+t\dot{s},t\in R$
Параметричне	$x=x+l\cdot t,y=y_0+m\cdot t,t\in R$	$x=x+l\cdot t,y=y_0+m\cdot t,z=z_0+n\cdot t,$ $t\in R$
Канонічне	$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}$	$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$
Через дві задані точки	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$

Разом з тим доцільно вказати на обережне використання методу аналогій: не всі властивості прямої на площині можна перенести на пряму у простір. Так, якщо загальне рівняння прямої на площині $ax+by+c=0$, то аналогічне рівняння з трьома змінними $ax+by+cz+d=0$ не є загальним рівнянням прямої у просторі. Варто з'ясувати із студентами у колективній бесіді ті властивості прямої, які є різними для площини і простору. План бесіди може мати таким:

[1] тут: $\vec{r}_0=(x_0,y_0)$, $\vec{s}=(l,m)$ – для рівняння прямої на площині; $\vec{r}_0=(x_0,y_0,z_0)$, $\vec{s}=(l,m,n)$ – у просторі

1. Взаємне розміщення двох прямих на площині і в просторі.
2. Паралельність прямих на площині і в просторі.
3. Перпендикулярність прямих на площині і в просторі.

3. *Комплексний аналіз*. Під час вивчення навчальної дисципліни «Комплексний аналіз» ефективно застосовується метод аналогій, який відноситься до методів загальнонаукової методології. Для цілеспрямованого формування методологічних знань про метод аналогій і вмінь його застосовувати доцільно на першій лекції з навчальної дисципліни «Комплексний аналіз» продемонструвати студентам таблицю 2.

Таблиця 2

Порівняння назв змістових модулів навчальних дисциплін

Математичний аналіз	*Комплексний аналіз*
Вступ до аналізу (множини, числові множини, функція, числова послідовність і її границя, границя і неперервність функції)	Поле комплексних чисел. Границя послідовності комплексних чисел (тут вивчаються основні елементарні та елементарні функції комплексної змінної). Границя і неперервність функцій комплексної змінної
Диференціальне числення функцій однієї змінної та багатьох змінних	Диференціальне числення функцій комплексної змінної
Інтегральне числення функцій однієї змінної та багатьох змінних	Інтегральне числення функцій комплексної змінної
Числові та функціональні ряди	Ряди з комплексними членами

Аналіз цієї таблиці (назв змістових модулів, їх зміст) і порівняння дозволяють зробити висновок про тісний зв'язок цих двох навчальних дисциплін (як і їх назва). Викладач, згадуючи разом із студентами означення простору R^2, точок цього простору, відстані між ними, околів точок, границі послідовності і функції у точці за множиною, неперервності функції, похідної функції у точці, властивості границь, неперервності, похідної тощо, підкреслює, що ці означення за формою залишаються такими самими і для простору *C* комплексних чисел, і для функції комплексної змінної. Аналогічне можна стверджувати і щодо формулювань багатьох властивостей та їх доведень. Отже, якщо студенти опанували сутність згаданих тверджень для функції дійсної змінної, то вони фактично майже опанували їх і для функції комплексної змінної.

Водночас викладач має наголосити, що у комплексному аналізі є достатня кількість переконливих прикладів, які ілюструють важливість методу аналогій і в той же час підкреслюють принцип їх обережного використання. Наведемо окремі з таких прикладів.

Приклад 3.1. Професійно значущим для майбутніх учителів математики є вивчення основних елементарних функцій комплексної змінної. Як правило, студенти за аналогією переносять властивості основних елементарних функцій дійсної змінної на відповідні функції комплексної змінної. З метою запобігання таких помилок доцільно після введення основних елементарних функцій комплексної змінної заповнити порівняльну таблицю 3 (цю роботу можна здійснити на відповідному практичному занятті або винести студентам на самостійне опрацювання).

Таблиця 3

Порівняння властивостей основних елементарних функцій дійсної та комплексної змінної

Дійсна змінна	Комплексна змінна
$w = e^z$	
….	….

Для візуалізації окремих властивостей елементарних функцій доцільним є, на нашу думку, застосування комп'ютерних програм. Так, на рис.1 наведено графіки функцій $y = \cos x,\ x \in R$ та $u = |\cos z|,\ z \in C$. Завдання такого типу сприяють не тільки формуванню критичного ставлення до висновків, зроблених за аналогією, а й формуванню методологічних знань і вмінь щодо методів аналізу і синтезу, порівняння, удосконаленню вмінь застосовувати комп'ютерні засоби математики.

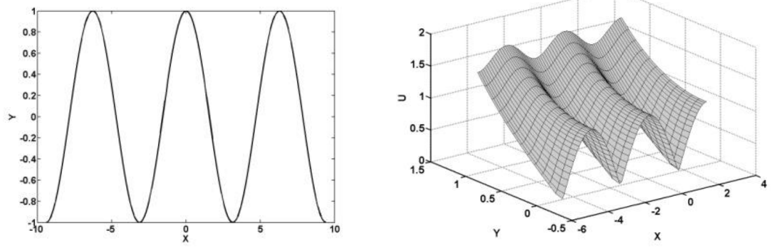

Рис. 1. Графіки функцій $y = \cos x,\ x \in R$ та $u = |\cos z|,\ z \in C$ (система MATLAB)

Приклад 3.2. З областю значень основних елементарних функцій комплексної змінної пов'язане питання про існування і єдиність розв'язків рівнянь. Це питання є важливим для формування професійної і методологічної культури майбутніх учителів математики і необдумане механічне застосування методу аналогій призводить до неправильних висновків. Тому варто разом із студентами, актуалізувавши знання про область значень елементарних функцій комплексної і дійсної змінної, заповнити таблицю 4.

Таблиця 4

Множина розв'язків окремих видів рівнянь

Рівняння	Множина дійсних чисел ($x \in R$)	Множина комплексних чисел ($x \in C$)
$ax = b$	1) $a \neq 0$ – розв'язок існує і єдиний; 2) $a = 0, b = 0$ – розв'язки існують, їх безліч; 3) $a = 0, b \neq 0$ – розв'язків не існує	Аналогічно
$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$	1) $D > 0$ – розв'язки існують, їх два; 2) $D = 0$ – розв'язок існує, один; 3) $D < 0$ – розв'язків не існує	Розв'язки існують завжди 1) $D > 0$, $D < 0$ – два розв'язки 2) $D = 0$ – розв'язок існує, один
$\sin x = a, \cos x = a$	1) $\lvert a \rvert \leq 1$ – розв'язки існують, їх безліч; 2) $\lvert a \rvert > 1$ – розв'язків не існує	$\forall a \in C$ розв'язки існують, їх безліч
$tgx = a, ctgx = a$	$\forall a \in R$ розв'язки існують, їх безліч	$\forall a \in C$ розв'язки існують, їх безліч
$a^x = b$	$a \neq 1, a > 0$ 1) $b > 0$ – розв'язок існує і єдиний; 2) $b \leq 0$ – розв'язків не існує	1) Для будь-якого $b \neq 0$ розв'язки існують, їх безліч. 2) Для будь-якого *b* = 0 розв'язків не існує

Приклад 3.3. За активної участі студентів викладач нагадує, що всі елементарні функції дійсної змінної є неперервними на своїй області визначення. Пропонує студентам домашнє завдання: «Чи всі елементарні функції комплексної змінної є неперервними на своїй області визначення? Висунуту вами гіпотезу обґрунтуйте» (Очікувана відповідь: Не всі функції комплексної змінної є неперервними на своїй області визначення. Наприклад, функція $u = \ln z, z \in C \setminus \{0\}$ не є неперервною у точках $z = x < 0$.

4. *Варіаційне числення*. Варіаційне числення можна розглядати як аналог диференціального числення для функції *n* змінних. Крім того, поняття диференціала функціонала, варіаційної похідної аналогічні відповідно до понять диференціала функції *n* змінних, частинних похідних тощо. Для формування знань про метод аналогій і вмінь його застосовувати доцільно повторити і систематизувати із студентами знання про приріст аргументу і приріст функції, диференційовність функції, критичні точки функції, необхідну умову та достатню умову існування екстремуму функції, вміння досліджувати функцію на екстремум тощо. Зробити це можна, наприклад, у формі бесіди на одній з перших лекцій. У подальшому на лекційних заняттях слід спрямовувати діяльність студентів на встановлення аналогій між поняттями і фактами диференціального числення та варіаційного числення. Так, наприклад, після введення понять «варіація функції», «приріст функціонала», «варіація функціонала» викладач пропонує студентам назвати відповідні аналогічні поняття з диференціального числення («приріст аргументу», «приріст функції», «диференціал функції»). Для рефлексії процесу формування знань про метод аналогії і вміння його застосовувати доцільно запропонувати студентам встановити відповідності між поняттями диференціального та варіаційного числення (таку роботу слід здійснити на останньому практичному занятті або як одне із завдань модульного контролю): Для кожного поняття або твердження диференціального числення (1 – 8) доберіть аналогічне йому поняття або твердження варіаційного числення (**А – З**).

1. Стаціонарна точка функції	**А**) Числова (числові) функція (ї)
2. Другий диференціал функції d^2y	**Б**) Варіація функції δy
3. Приріст функції Δy	**В**) Приріст функціоналу ΔI
4. Числова (числові) змінна (і)	**Г**) Варіація функціоналу δI
5. Приріст аргументу	**Д**) Друга варіація функціоналу $\delta^2 I$
6. Диференціал функції dy	**Е**) Достатня умова екстремуму: $\delta^2 I > 0 - \min$ ($\delta^2 I < 0 - \max$)
7. Необхідна умова існування екстремуму $dy = 0$	**Є**) Необхідна умова існування екстремуму $\delta I = 0$
8. Достатня умова екстремуму: $d^2 y > 0 - \min$	**Ж**) Значення функціоналу
($d^2 y < 0 - \max$)	**З**) Допустима екстремаль функціоналу

*(Відповідь: 1 – **З**); 2 – **Д**); 3 – **В**); 4 – **А**); 5 – **Б**); 6 – **Г**); 7 – **Є**); 8 – **Е**)).*

У межах статті розглянути всі навчальні дисципліни математичного циклу (а їх понад 15), тим паче, теми цих навчальних дисциплін, не виявляється можливим. Як зазначалося вище, у монографії (Кугай, 2017) для кожної дисципліни математичного циклу наведено перелік методологічних знань різних рівнів, у тому числі вказано, у процесі навчання яких дисциплін і конкретно яких тем застосовується метод аналогії.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ВПРОВАДЖЕННЯ

Незаперечно, що аналогія є одним із важливих методів наукових відкриттів у математиці. Не менш важливу роль метод аналогій відіграє і у розширені досвіду пізнання студентів – майбутніх учителів математиків. Для свідомого формування знань про метод аналогій та вмінь цей метод застосовувати слід якнайраніше ознайомити студентів з цим методом, показати можливості його застосування у процесі навчання різних дисциплін математичного циклу, прийоми формування вміння застосовувати метод аналогій. Важливим фактором для застосування методу аналогій як методу пізнання є демонстрація прикладів неправомірного використання аналогії.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П. Методика викладання математики : навч. посібник. К. : Радянська школа, 1989. 296 с.
2. Гордієнко І. В. Метод аналогії у вивченні шкільного курсу стереометрії : автореф. дис. на здоб. наук. ступ. канд. пед. наук : 13.00.02 - теорія і методика навчання (математика) / Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. К., 2013. 20 с.
3. Колесников О. В. Основи наукових досліджень. 2-ге вид. випр. та доп. Навч. посіб. К. : Центр учбової літератури, 2011. 144 с.
4. Костюченко Р. Ю. Аналогия в науке и обучении. Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2017. № 4. С. 136-142. https://cyberleninka.ru/article/v/analogiya-v-nauke-i-obuchenii (Дата звернення 11.02.2019).
5. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики : монографія. Харків : ФОП Панов А. М., 2017. 336 с.
6. Михалін Г. О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу : монографія. Київ : НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. 320 с.
7. Петько Л.В. Метод аналогії як засіб підвищення якості процесу навчання в умовах університету. *Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету*. 2016. Вип. 2. С. 158-163. URL : http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/11617 (Дата звернення 11.02.2019).
8. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения / ред. С. А. Яновская; пер.: И. А. Вайнштейн. Москва : Наука, 1975. 464 с.
9. Сисоєва С. О., Кристопчук Т. Є. Методологія науково-педагогічних досліджень : Підручник. Рівне : Волинські обереги, 2013. 360 с.
10. Словник української мови: в 11 т. Т. 1: А – В / ред. П. Й. Горецький, А. А. Бурячок, Г. М. Гнатюк, Н. І. Швидка. К. : Наукова думка, 1970. 799 с.
11. Щерба С. П., Щедрін В. К., Заглада О. А. Філософія : Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / За заг. ред. С. П. Щерби. К. : МАУП, 2004. 216 с.

References

1. Bevz H. P. (1989) Metodyka vykladannia matematyky [Methodology of mathematics]. Kyiv: Radianska shkola [in Ukrainian].
2. Hordiienko I. V. (2011) Metod analohii u vyvchenni shkilnoho kursu stereometrii [The method of analogy in the school course of stereometry]. Extended abstract of candidate's thesis. Kyiv: Nacional Pedagogical Dragomanov University [in Ukrainian].
3. Kolesnykov O. V. (2011) Osnovy naukovykh doslidzhen Basics of the scientific research []. Kyiv:Tsentr uchbovoi literatury [in Ukrainian].
4. Kostjuchenko R. Ju. (2017) Analogija v nauke i obuchenii [Analogy in science and education]. Vestnik Sibirskogo instituta biznesa i informacionnyh tehnologij Bulletin of the Siberian Institute of Business and Information Technology -, 4, 146-152. Retrieved from https://cyberleninka.ru/article/v/analogiya-v-nauke-i-obuchenii [in Russian].
5. Kuhai N. V. (2017) Metodolohichni znannia maibutnoho vchytelia matematyky [Methodological knowledge of the future teacher of mathematics]. Kharkiv: FOP Panov A. M. [in Ukrainian].
6. Mykhalin H. O. (2003) Profesiina pidhotovka vchytelia matematyky u protsesi navchannia matematychnoho analizu [Professional training of a mathematics teacher in the process of teaching mathematical analysis]. Kyiv : NPU imeni M. P. Drahomanova [in Ukrainian].
7. Petko L.V. (2016) Metod analohii yak zasib pidvyshchennia yakosti protsesu navchannia v umovakh universytetu [The method of analogy as a means of improving the quality of the learning process in a university]. Naukovi zapysky Berdianskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu - Scientific notes of the Berdyansk state pedagogical university, 2, 158-163. Retrieved from http://enpuir.npu.edu.ua/handle/123456789/11617 [in Ukrainian].
8. Poja D. (1975) Matematika i pravdopodobnye rassuzhdenija [Mathematics and plausible reasoning] (I. A. Weinstein Trans.). Moskva : Nauka [in Russian].
9. Sysoieva S. O. & Krystopchuk T. Ye. (2013) Metodolohiia naukovo-pedahohichnykh doslidzhen [Methodology of scientific and pedagogical research]. Rivne : Volynski oberehy [in Ukrainian].
10. Slovnyk ukrainskoi movy: v 11 t. T. 1: A – V (1970) Dictionary of the Ukrainian language [].Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
11. Shcherba S. P., Shchedrin V. K., Zahlada O. A. (2004) Filosofiia [Philosophy].Kyiv: MAUP [in Ukrainian].

FORMATION OF SKILLS OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS TO USE THE ANOLOGY METHOD IN THE PROCESS OF LEARNING OF MATHEMATICS DISCIPLINES

Kuhai Nataliia

Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university, Ukraine

Mykola Kalinichenko

Dovzhenko Hlukhiv national pedagogical university, Ukraine, Radio astronomy institute, Ukraine

Abstract. *Formation of methodological knowledge and skills of future teachers of mathematics in the process of teaching of mathematical disciplines is one of the topical problems of methodological science.*

Formulation of the problem. *Today the most common among researchers is a structural model of methodological knowledge, in which four levels are singled out: philosophical; general scientific; specifically scientific; technological. The method of analogy refers to the methodological knowledge of the general scientific level. From the formation of skills to apply this method depends on the general level of formation of methodological knowledge and skills of mathematicians student. For successful and effective knowledge of the method of analogies and abilities to apply it should find out: what is an analogy, on the content of which educational material and what techniques it is expedient to form the ability to apply the method of analogy.*

Materials and methods. *Analysis of scientific, educational and methodological literature on the problem of research (mathematics and methods of teaching mathematics, methodology, logic), comparison, generalization.*

Results. *It is substantiated that in the study of disciplines, analogy should be considered both as a similarity between concepts, and as a logical conclusion, and as a method of cognition. Examples of topics from various mathematical disciplines, on the basis of which it is expedient to form the ability to apply the analogy, are considered. Methods of forming the methodological skills of future mathematics teachers are pointed to apply the method of analogies. Examples are given in which the conclusion by analogy leads to false allegations.*

Conclusions. *For conscious formation of knowledge about the method of analogies and skills, this method should be used as soon as possible to familiarize students with this method, to show the possibilities of its application in the process of teaching different disciplines of the mathematical cycle, methods of forming the ability to apply the method of analogy. An important factor for applying the analogy method as a method of cognition is the demonstration of examples of misuse of analogy.*

Key words: *analogy, disciplines of mathematical direction, methodological knowledge and skills.*