

## МЕТОД ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ЦИКЛІВ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ

*Розглядається методика викладання теми «Метод циклів в статистичній термодинаміці» в курсі теоретичної фізики педагогічних університетів.*

*Ключові слова: метод циклів, цикл Карно, кипіння, рівняння Клапейрона-Клаузіуса.*

**Постановка проблеми.** При вивченні термодинаміки студенти повинні не лише зрозуміти і вивчити її основні закони, але й одержати чітке уявлення про можливості вивчення навколишнього світу, які надаються термодинамікою. Отже існує проблема методичного обґрунтування прикладних застосувань законів термодинаміки. Термодинамічний аналіз макроскопічних тіл ґрунтується на першому і другому законах термодинаміки, з яких математичним шляхом виводяться закономірності, що відносяться до досліджуваного явища. Для розрахунку роботи і кількості теплоти, які складають головний зміст прикладних застосувань термодинаміки, необов'язково знати усі особливості кінетики реального процесу. Досить, щоб разом із відомими зовнішніми умовами, в яких протікає процес, були задані кінцеві й початкові стани всіх тіл, які беруть участь у процесі.

У ході історичного розвитку статистичної термодинаміки були розроблені два методи дослідження : метод циклів і метод термодинамічних потенціалів (інша назва - метод характеристичних функцій).

Метод кругових процесів зіграв дуже велику роль в розвитку науки. Причому, якщо на початковому періоді використовувалася система незалежних змінних  $(p, V)$ , то надалі, після введення поняття «ентропія», вчені, які спеціалізувалися в області термодинамічних досліджень, стали використовувати також систему змінних  $(T, S)$ .

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз літературних джерел [1-7] показує, що у наш час у наукових дослідженнях в основному застосовується метод термодинамічних потенціалів. Але у навчальному процесі (при розв'язанні задач і в лекційній практиці) графічний метод циклів, який був одним з перших методів термодинамічних досліджень, і усі учені аж до початку XX століття (Карно, Клаузіус, Нернст та ін.) використовували лише цей метод, досі залишається незамінним, оскільки вносить наочність, істотно спрощуючи аналіз процесів. Це образно виразив І.Р. Кричевський [1]: «Метод квазістатичних циклів Карно зараз рідко застосовується. Читачі можуть зустрітися з цим методом при читанні старої (але не застарілою!) термодинамічної літератури. Нехай читачі віднесуться до методу циклів Карно, як В. Маяковський бажав, щоб нащадки відносилися до його віршів: «Ви з повагою обмацуйте їх, як стару, але грізну зброю». Але питання методики і технології викладання методів термодинамічних досліджень залишаються поза увагою методичної науки.

**Мета статті.** Враховуючи, що історична складова предмета, як і сам предмет - статистична термодинаміка, є важливим елементом формування наукового світогляду майбутніх учителів фізики, ми вважаємо необхідним при вивченні термодинаміки ознайомити студентів педагогічних спеціальностей з методом циклів і хоч би на одному прикладі продемонструвати його використання. У якості такого прикладу пропонуємо розглянути методику вивчення залежності тиску насиченої пари від температури, яка базується на аналізі літературних джерел [2-8] і власного досвіду викладання теоретичної фізики в педагогічному університеті.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Пари різних рідин широко використовуються у багатьох галузях техніки. Найбільше застосування знайшла пара найпоширенішої в природі речовини - води, яка володіє відносно хорошими термодинамічними властивостями. З якісної точки зору поведінка пари різних речовин однакова. Тому усі розглянуті нижче

закономірності для водяної пари справедливі і для пари інших речовин.

Процес отримання пари з рідини може здійснюватися випаровуванням і кипінням. Випаровуванням називається пароутворення, яке походить з вільної поверхні рідини при будь-якій температурі. Дійсно, при будь-якій температурі в рідині, у тому числі і в її поверхневому шарі, є молекули, які мають кінетичну енергію, достатню для подолання сил притягання інших молекул поверхневого шару. Тому такі молекули вилітають з рідини, «перетворюючись» на молекули пари. Слово «перетворюючись» поміщене в лапки, щоб підкреслити, що це ті ж молекули, лише в декілька інших умовах - середня відстань між молекулами пари набагато більша, ніж в рідині. Тому і сила взаємодії між молекулами пари набагато менша, ніж між такими ж молекулами в рідині. Відмітимо, що оскільки при випаровуванні через поверхню рідини вилітають найбільш енергетичні молекули, то середнє значення кінетичної енергії молекул, які залишилися в рідині, зменшиться. Отже, температура під час випаровування повинна зменшуватися, що підтверджується навіть в побутових умовах. Зрозуміло також, що при підвищенні температури рідини кількість енергійних молекул більша, тому при збільшенні температури процес випаровування йде інтенсивніше.

Кипінням називається інтенсивне пароутворення не лише з поверхні, але і в усьому об'ємі рідини, яке відбувається при наданні рідині через стінки посудини відповідної кількості енергії. При цьому біля стінок посудини і в середині рідини утворюються бульбашки пари, збільшуючись в об'ємі, вони піднімаються на поверхню рідини. Процес кипіння починається, при досягненні рідиною певної температури, яка називається температурою кипіння, і впродовж усього процесу кипіння залишається незмінною, оскільки вся енергія, яка їй надається, витрачається на випаровування рідини. Температура кипіння залежить від природи речовини і тиску, причому, як свідчить досвід, з підвищенням тиску температура кипіння збільшується. Зворотний процес переходу пари в рідкий стан, який супроводжується

відведенням теплоти, називається конденсацією.

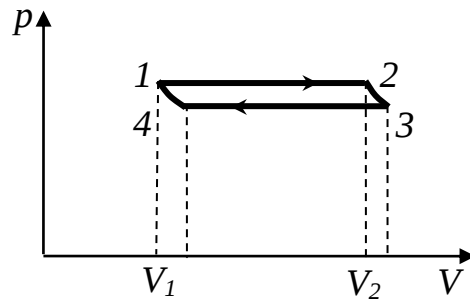
Насиченою називається пара, яка утворилася в процесі кипіння і знаходиться в термічній і динамічній рівновазі з рідиною.

Для встановлення залежності температури насиченої пари (температури кипіння) від тиску помістимо одиницю маси (наприклад, 1 кг) рідини у вертикальний циліндр, закритий згори поршнем, який без тертя може рухатись в циліндрі. Припустимо, що ми починаємо досвід при довільній температурі, яка відповідає рідкому стану цієї речовини. Нехай поршень розташований так, щоб між поршнем і рідиною не було простору. Поршень своєю вагою, разом з атмосферним тиском, здійснює деякий тиск на поверхню рідини. Нехай під таким тиском рідина при цій температурі не кипить. Досить повільно (щоб стан рідини можна було розглядати як рівноважний) нагріватимемо рідину в циліндрі. При деякій температурі, в результаті флуктуації густини або наявності різних домішок, в рідині виникнуть центри пароутворення - мікроскопічні бульбашки, які будуть заповнені насиченою парою. Якщо тиск пари перевищуватиме зовнішній тиск навіть на нескінченно малу величину, то бульбашки, в результаті випаровування рідини в їх об'єм, збільшуватимуться і підніматимуться вгору - починається кипіння рідини. Над поршнем утворюватиметься насичена пара і, оскільки тиск насиченої пари стає більшим, ніж тиск, створений поршнем, останній почне рухатися. У якості початкового стану рідини візьмемо стан, коли рідина ще займає увесь об'єм  $V_1$  під поршнем, температура  $T$  і тиск  $p$  відповідають початку кипіння (рис.1). Для визначення залежності температури кипіння від тиску уявимо, що речовина в циліндрі, як робоче тіло, здійснює оборотний цикл Карно.

У циклі Карно робоче тіло (в даному випадку - це 1 кг рідини) при постійній температурі розширюється від деякого початкового об'єму  $V_1$  до об'єму  $V_2$ , при якому уся рідина перетвориться на насичену пару. Оскільки, як свідчить досвід, тиск насиченої пари при незмінній температурі не

залежить від об'єму, то перший ізотермічний процес одночасно є й ізобарним. Тому графік (рис.1) цього ізотермічного процесу на  $(p, V)$  діаграмі зобразиться ізобарою (1-2). Запишемо перший закон термодинаміки для ізотермічного процесу (1-2) :

$$dQ = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V dT + \left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_T dV + pdV . \quad (I)$$



*Рис. 1. Цикл Карно  
із рідиною та її  
насиченою парою  
у якості робочого  
тіла*

Перший доданок у правій частині дорівнює нулю, оскільки процес (1-2) ізотермічний, а другий і третій - позитивні по знаку. Позитивний знак роботи  $pdV$  не вимагає пояснень. Знак другого доданку визначається знаком похідної  $\left( \frac{\partial E}{\partial V} \right)_T$ . Для сил притягіння, які і діють, в основному, між молекулами пари, при збільшенні об'єму (тобто збільшенні проміжків між молекулами), потенційна енергія їх взаємодії зростає (подібно до того, як потенційна енергія  $mgh$  тіла зростає при збільшенні його висоти над землею). Тому ця похідна дійсно позитивна.

Отже, для того, щоб процес (1-2) перетворення рідини в насичену пару міг протікати ізотермічно, потрібно до рідини підводити теплоту ( $Q>0$ ) від деякого джерела теплоти (нагрівача з великою теплоємністю, температура якого при цьому не змінюється). Коли вся рідина (1 кг) перетвориться на пару - ця кількість теплоти буде питомою теплотою пароутворення  $\lambda$ . У точці 2 теплоізолюємо циліндр з парою і, зменшивши зовнішній тиск на поршень на нескінченно малу величину  $dp$ , надамо можливість парі здійснити нескінченне мале розширення  $dV$  в адіабатичних умовах. Перший закон

термодинаміки для цього процесу має вигляд:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V dT = -\left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right] dV.$$

Оскільки величини  $\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V$  і  $\left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right]$  позитивні, то приходимо до

висновку, що температура пари при збільшенні об'єму на  $dV$  зменшиться на нескінченно малу величину  $dT$ . При зниженні температури пара частково конденсується і тиск зменшиться на нескінченно малу величину (від  $p$  до  $p-dp$ ). У кінці адіабатичного розширення (точка 3 на рис. 1) порушимо адіабатичну оболонку і приведемо циліндр з робочим тілом в тепловий контакт з тепловим резервуаром (холодильником) великої теплоємності, який має температуру  $(T-dT)$ . Потім будемо дуже повільно (щоб процес був рівноважним) ізотермічно стискувати робоче тіло до деякого об'єму, що відповідає точці 4 (на рис. 1), яка лежить на одній адіабаті з точкою 1. Із виразу, аналогічного (I), записаного для процесу (3-4) зрозуміло, що в процесі (3-4) теплота від робочого тіла відводиться до холодильника. У цьому процесі майже вся насичена пара конденсується. Оскільки в цьому процесі тиск залишається постійним, то лінія (3-4) буде прямою, паралельною осі абсцис. Нарешті, нескінченно мале адіабатичне стискування (4-1) завершує конденсацію пари і приводить систему в початковий стан (1).

У результаті описаного циклу система (1 кг рідини) виконає роботу, яка чисельно дорівнює площі фігури (12341) на рис. 1. У процесах (2-3) і (4-1) відбулася зміна об'єму робочого тіла на нескінченно малу величину, тому можна вважати, що  $V_3 \approx V_2$  і  $V_4 \approx V_1$ . Тоді, в такому наближенні, робота за цикл буде позитивною і чисельно рівною:  $A = dp(V_2 - V_1)$ .

Коефіцієнт корисної дії такого циклічного процесу можна виразити як відношенням роботи за цикл до кількості отриманої теплоти, так і відношенням зміни температури до початкової температури. Тому можна

записати:  $\square \square \frac{dp(V_2 - V_1)}{Q_1} = \frac{T - (T - dT)}{T}.$

З урахуванням того, що  $\square Q_1 = \lambda$ , цей вираз набуває вигляду:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_2 - V_1)}. \quad (\text{II})$$

Ми отримали диференціальне рівняння, яке називається рівнянням Клапейрона-Клаузіуса. Воно встановлює шукану залежність тиску насиченої пари від температури, питомої теплоти пароутворення і зміни питомого об'єму речовини в цьому процесі. Оскільки всі величини в правій частині виразу (II) позитивні і питомий об'єм речовини в пароподібному стані завжди більший, ніж у рідкому, то звідси витікає, що з підвищенням температури тиск насиченої пари повинен обов'язково зростати, що і підтверджується дослідами. Якщо в цьому досліді розглядати не 1 кг речовини, а 1 моль, то питому теплоту і питомі об'єми в (II) треба замінити молярною теплотою і, відповідно, молярними об'ємами.

Відмітимо, що подібний цикл Карно можна було б здійснити не лише з рідиною і її насиченою парою у якості робочого тіла, але і з твердим тілом і його розплавом. У останньому випадку  $V_1$  і  $V_2$  - це були б питомі (молярні) об'єми твердої і рідкої фази, а  $\lambda$  - питома (молярна) теплота плавлення. Усі такі явища (перетворення рідини в пару і навпаки, плавлення й кристалізація і деякі інші процеси) супроводжуються поглинанням або виділенням теплоти, а також зміною молярних (питомих об'ємів). Перетворення такого виду називаються фазовими перетвореннями першого роду.

Таким чином, робимо висновок, що рівняння Клапейрона-Клаузіуса описує не лише випаровування, але також процеси плавлення, конденсації і сублімації. Тому воно лежить в основі теорії всіх агрегатних і деяких інших перетворень речовини, істотною ознакою яких є вказані теплові ефекти і

стрибкоподібна зміна питомого (молярного) об'єму.

По суті, рівняння Клапейрона-Клаузіуса в неявній формі дає залежність температури фазового перетворення першого роду від тиску. Якщо відома питома теплота пароутворення  $\lambda$  і рівняння стану пари, то за умови  $\square V_2 = V \gg V_1$ , його можна проінтегрувати, і отримати цю залежність у явному вигляді. Дійсно, у цьому випадку рівняння Клапейрона-Клаузіуса матиме вигляд:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda}{TV}. \quad (\text{III})$$

Якщо розглядати не довільну рідину і її пару, а воду і її насичену пару, то для нього виконується умова ( $V_2 = V \gg V_1$ ) і (за певних умов) до водяної пари можна застосувати рівняння Менделєєва -Клапейрона. Тому для 1 моля водяної пари маємо:

$$pV = RT \Rightarrow V = \frac{RT}{p}.$$

Підставляючи значення молярного об'єму пари в (III), маємо:  $\frac{dp}{p} = \frac{\lambda dT}{RT^2}$ ,

або:

$$\ln p = -\frac{\lambda}{RT} + \ln C. \quad (\text{IV})$$

У цьому виразі  $\lambda$  - молярна теплота пароутворення,  $C$  - константа інтегрування. Нехай при деякій температурі  $T_0$  тиск насиченої пари дорівнює

$p_0$ . Тоді константа інтегрування в (IV) буде рівною  $C = p_0 e^{\frac{\lambda}{RT_0}}$ . З урахуванням

цього, отримуємо залежність тиску насиченої пари від температури

$p = p_0 e^{\frac{\lambda}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$ , з якої можна знайти  $T=T(p)$ , тобто отримати явний вид залежності температури кипіння від тиску.

Найчастіше залежність температури кипіння від тиску у вигляді (IV) використовується для знаходження питомої теплоти пароутворення  $\lambda$ . Дійсно, з цього виразу витікає, що якщо на осі ординат відкласти  $\ln p$ , а на осі абсцис - величину  $1/T$ , то рівняння (IV) є рівнянням прямої лінії з кутовим коефіцієнтом  $(-\frac{\lambda}{R})$ . Тому за результатами експерименту можна побудувати графік залежності  $p=p(T)$  в таких осях і визначити  $(-\frac{\lambda}{R})$ . Таким чином визначається молярна теплота пароутворення.

На закінчення теми слід запропонувати студентам самостійно розглянути практичне застосування методу циклів для вивчення інших явищ і написати реферати по цій темі.

**Висновок.** Розглянута методика викладу питання про застосування методу циклів охоплює усі ключові аспекти цього питання, не містить надмірної інформації і математичних складнощів і тому, як показує власний досвід викладання теоретичної фізики, досить легко і з цікавістю сприймається студентами.

## Література

1. Кричевский И.Р. Понятия и основы термодинамики / И.Р. Кричевский. – М.: Изд-во. Химия, 1970. – 438 с.
2. Квасников И.А. Термодинамика / И.А. Квасников. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 240 с.
3. Базаров И.П. Термодинамика / И.П. Базаров. – М.: Высшая школа, 1991. – 376 с.
4. Булавін Л.А. Молекулярна фізика / Л.А. Булавін, Д.А. Гаврюшенко, В.М. Сисоєв. – К.: Знання, 2006. – 568 с.: іл. – (Класична та сучасна фізика).
5. Кубо Р. Термодинамика / Р. Кубо. – М.: Мир, 1970. – 304 с.

6. Микрюков В.Е. Курс термодинамики / В.Е. Микрюков. – М.: УПИМП РСФСР, 1960. – 236 с.
7. Радужкевич Л.В. Курс термодинамики / Л.В. Радужкевич. – М.: Просвещение, 1971. – 282 с.

#### *Annotation*

*Methodology of exposition of theme is examined «Method of cycles in statistical thermodynamics» in a course theoretical physics in pedagogical universities.*

*Keywords: method of cycles, cycle of Carnot, boiling, equalization of Clapeyron - Clausius.*

*Відомості про автора:*

***Мороз Іван Олексійович,***

*науковий ступінь - канд. техн. наук,*

*наукове звання - доцент,*

*посада - професор кафедри експериментальної і теоретичної фізики*