problems on the construction method of geometric transformations. It is noted that the distance course cannot replace the process of learning geometry, but merely facilitate understanding of the material. Moreover, in the study of geometric constructions, where students are required to learn how to perform direct construction using a compass and ruler.

Keywords: *teaching geometry, distance learning, geometric constructions, geometric transformations.*

УДК 378.14:371.214.46

О.В. Семеніхіна
Сумський державний педагогічний університет ім.А.С. Макаренка, м. Суми

ЗАЛУЧЕННЯ СКМ MAPLE ДО ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ПОШУКІВ МАЙБУТНІХ МАТЕМАТИКІВ

У статті розглянуто доцільність залучення комп'ютерних інструментів до наукових пошуків майбутніх математиків. Описано досвід використання міжпредметних зв'язків курсу диференціальної геометрії та спецкурсу з вивчення комп'ютерних математичних інструментів на прикладі задачі про відновлення кривої за її натуральними рівняннями. Наведено результати студентського дослідження, у якому використовувалися інструменти пакету Maple.

Ключові слова: *комп'ютерні математичні інструменти, СКМ Maple, задача відновлення кривої, інтелектуальний пошук.*

Постановка проблеми. Підготовка сучасного фахівця з необхідністю вимагає урахування останніх досягнень у певній галузі знань та залучення сучасних інструментів досліджень. Тому підготовка науковця серед іншого має враховувати і розвиток інформаційних технологій та напрацьований програмний «софт», який підтримує відповідні наукові пошуки.

Сучасна підготовка бакалавра математики включає вивчення спецкурсів, серед яких є такі, що присвячені вивченню сучасних комп'ютерних математичних інструментів. Разом з цим вивчення окремих інструментів не може привести до свідомого володіння середовищем комп'ютерної математики, оскільки розрізнене володіння командами не може забезпечити уміння розв'язувати складні прикладні наукові задачі. Тому вважаємо доцільним активне використання міжпредметних зв'язків (класичні математичні курси у поєднанні зі спецкурсом з вивчення комп'ютерної математики) як основи для інтелектуального пошуку молодого науковця та бази для формування уявлень про можливості сучасних математичних інструментів. Так, наш останній досвід показує ефективність поєднання наукових пошуків на межі диференціальної геометрії та комп'ютерної математики, який опишемо нижче.

Аналіз наукових досліджень. Питання відновлення кривої за її натуральними рівняннями не є новим з позицій обґрунтування такої можливості. У курсі диференціальної геометрії доводяться теореми, які дозволяють стверджувати існування та єдиність кривої за певних умов, які накладаються на функції кривини і скруту, що кількісно характеризують відхилення кривої від своєї дотичної та від стичної площин.

Разом з цим такого стверджування замало і завжди є цікавим питання візуалізації одержаного результату – якою буде крива із заданими функціями кривини $k1 = k1(s)$ та скруту $k2 = k2(s)$. Ця задача не є тривіальною з позицій аналітичного подання кривої, оскільки за заданими функціями часто важко визначити її параметризацію. При цьому вона може бути реалізована із залученням сучасних математичних комп'ютерних інструментів. Тому її виконання може паралельно досягти кількох цілей, серед яких поглиблення знань з диференціальної геометрії та вивчення можливостей використання пакету MAPLE під час інтелектуальних пошуків.

Мета статті. Описати досвід організації студентського наукового дослідження у галузі математики з використанням комп'ютерних інструментів, який сприяє становленню майбутнього науковця.

Виклад основного матеріалу. Мета студентської наукової роботи полягала у розробці алгоритму відновлення (побудови) кривої за її натуральним рівнянням.

Така постановка мети зумовила виконання наступних завдань:

1) вивчити теоретичне підґрунтя проблеми відновлення кривої;
2) оцінити можливості СКМ MAPLE для візуалізації геометричних об'єктів, визначити підпакети, завдяки яким є можливою візуалізація кривих, заданих параметрично;
3) візуалізувати рух тригранника Френе по параметричній кривій (плоскій і просторовій);
4) за допомогою комп'ютерних інструментів знайти аналітичне рівняння плоскої кривої за рівнянням кривини;
5) візуалізувати плоску криву за рівнянням її кривини.

Нижче коротко наведемо базові факти курсу диференціальної геометрії, які стосуються сформульованої задачі, і результати студентського дослідження Безуглого Д.С. (4-й курс, спеціальність «Математика та основи інформатики»).

Нехай задано просторову криву γ рівнянням $\vec{r}=\vec{r}(t)$, де t – довільний параметр. Кривина кривої γ є кількісною характеристикою відхилення кривої від її дотичної і визначається з умови $k1(t)=\frac{[\vec{r}',\vec{r}'']^2}{|\vec{r}'|^3}$. Скрут кривої γ є кількісною характеристикою відхилення кривої від стичної площини і визначається формулою $k2(t)=\frac{|(\vec{r}',\vec{r}'',\vec{r}''')|}{|[\vec{r}',\vec{r}'']|}$. Натуральною параметризацією кривої будемо називати таке її подання, для якого $|\overrightarrow{dr}|=|ds|$. Якщо крива параметризована за допомогою натурального параметра s, то і її кривина та скрут є функціями цього параметра, а рівності $k1=k1(s)$ та $k2=k2(s)$ називаються натуральними рівняннями кривої.

Теорема (основна теорема теорії кривих). Нехай задані дві функції: $k1=k1(s)>0$ класу C^1і $k2=k2(s)$ класу C^0. Тоді існує єдина з точністю до руху крива в просторі E^3, для якої функції $k1=k1(s)$ та $k2=k2(s)$ як функції натурального параметра s є функціями кривини і скруту.

Доведення. Розглянемо випадок плоскої кривої ($k2=0$).

Покажемо, що для заданої функції $k1=k1(s)$ класу C^1 існує єдина з точністю до власного руху на площині крива з такою кривиною.

Нехай у деякій точці *M* крива γ утворює кут φ з додатним напрямом осі *Ox*. Тоді з означення кривини $k1=\lim\limits_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta s}$ ($\Delta\varphi$ – зміна кута нахилу дотичної) слідує $\varphi(s)=\int k(s)ds+\varphi_0$. З іншого боку одиничний вектор дотичної шуканої кривої визначається як $\vec{v}(s)=\frac{\overrightarrow{dr}}{ds}=\{cos\varphi(s),sin\varphi(s)\}$.

Тоді $\overrightarrow{dr}=\{\cos\varphi(s)\,ds,\sin\varphi(s)\,ds\}$ або $\begin{cases}x(s)=\int cos\varphi(s)ds+x_0\\ y(s)=\int sin\varphi(s)ds+y_0\end{cases}$.

Сталі інтегрування визначають паралельне перенесення і обертання, тому $k1=k1(s)$ визначає криву з точністю до руху на площині [1]

Наведена нами теорема є класичною для курсу диференціальної геометрії і дозволяє говорити про існування і єдиність кривої із заданими натуральними рівняннями з точністю до руху. Разом з цим для плоского випадку доведення, наведене нами, є конструктивним, тобто зрозумілим є шлях відновлення кривої при k2=0. Доведення для загального випадку вимагає розв'язання системи диференціальних рівнянь, що не є тривіальною задачею, тому відновити криву швидко без залучення допоміжних засобів не завжди можливо, але задача значно спрощується, якщо скористатися комп'ютерними інструментами), зокрема, СКМ Maple.

Maple – система комп'ютерної математики, яка призначена для розв'язування широкого кола математичних і прикладних задач. Вона має великий набір функцій для чисельних і символьних обчислень, а також в ній передбачені широкі можливості по зображенню двовимірних і тривимірних графічних об'єктів [2-4].

Нижче наведемо короткі характеристики окремих команд пакету графіки *plots* (рис.1), яким ми будемо користуватися:

- arrow – побудова вектора;
- display – вивід на екран кількох графічних об'єктів, якщо вказано параметр *insequence=true*, то вивід здійснюється послідовно.
- pointplot3d – побудова точок.
- spacecurve – побудова просторової кривої за параметричним рівнянням.

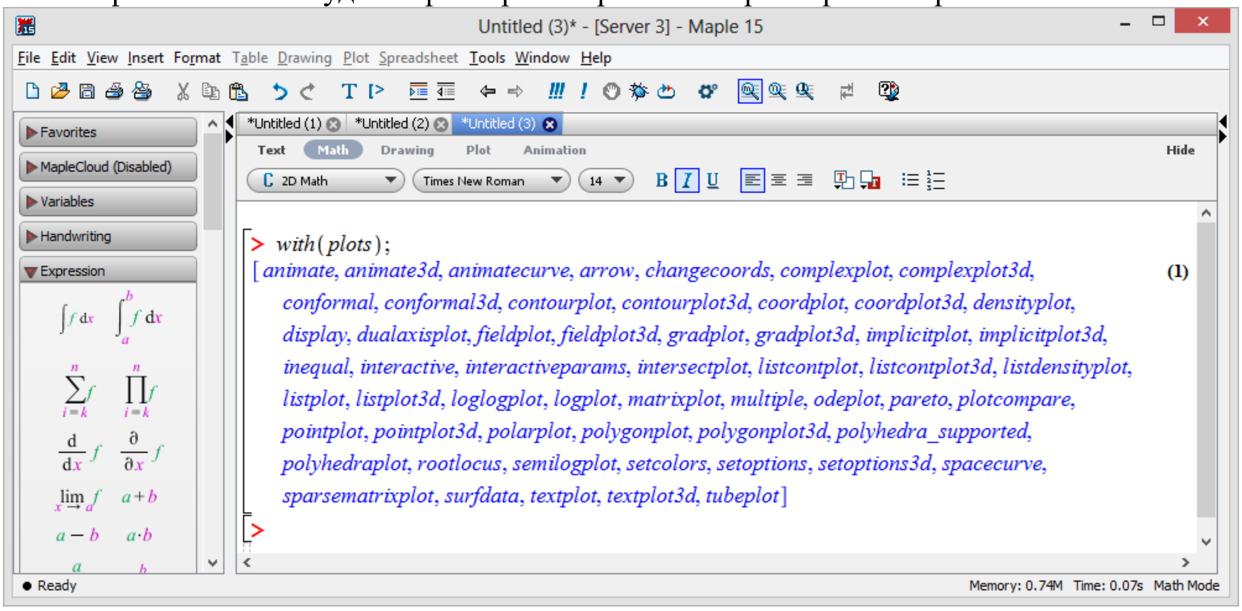

Рис. 1.

Також зазначимо, що СКМ MAPLE крім розв'язання математичних задач передбачає використання власної мови програмування, яка подібна до мови Pascal.

Тепер перейдемо до основних результатів дослідження.

З кожною точкою регулярної кривої γ пов'язаний триграннник Френе (супровідний тригранник кривої), ребрами якого є дотична, головна нормаль та бінормаль, а гранями – стична, нормальна та спрямна площини. Візуалізуємо рух супровідного тригранника Френе по кривій, яка задається параметрично. Алгоритм містить команди для знаходження похідної (*diff*), векторного добутку (*crossprod* підпакету *linalg*), конвертації компонент вектора у список (*convert*), підстановки (*subs*) та побудови просторової кривої (*spacecurve* пакету *plots*) і виводу графічних об'єктів на екран (*display* пакету *plots*).

```
n := 10:
r := [x, y, z];
r1 := diff(r, t):
r2 := diff(r, `$`(t, 2)):
T := r1:
B := convert(linalg[crossprod](r1, r2), list):
```

```
N :=convert(linalg[crossprod](B, r1), list):
kryva := plots[spacecurve]([x, y, z, t = 0 .. n], color = black):
for i from 0 to n do
QQ[i] := {subs(t = i, r)}, {subs(t = i, B), subs(t = i, N), subs(t = i, T)}:
FRENE[i] := plots[arrow](QQ[i], width = 0.5e-1, length = 1, color = red):
od:
A := plots[display](seq(FRENE[j], j = 0 .. n-1), insequence = true):
plots[display](kryva, A, scaling = unconstrained)
```

Якщо скористатися алгоритмом для кривої, заданої параметрично: (cos(t); sin(t); 2*t), то одержимо рухому візуалізацію, подану на рис.2.

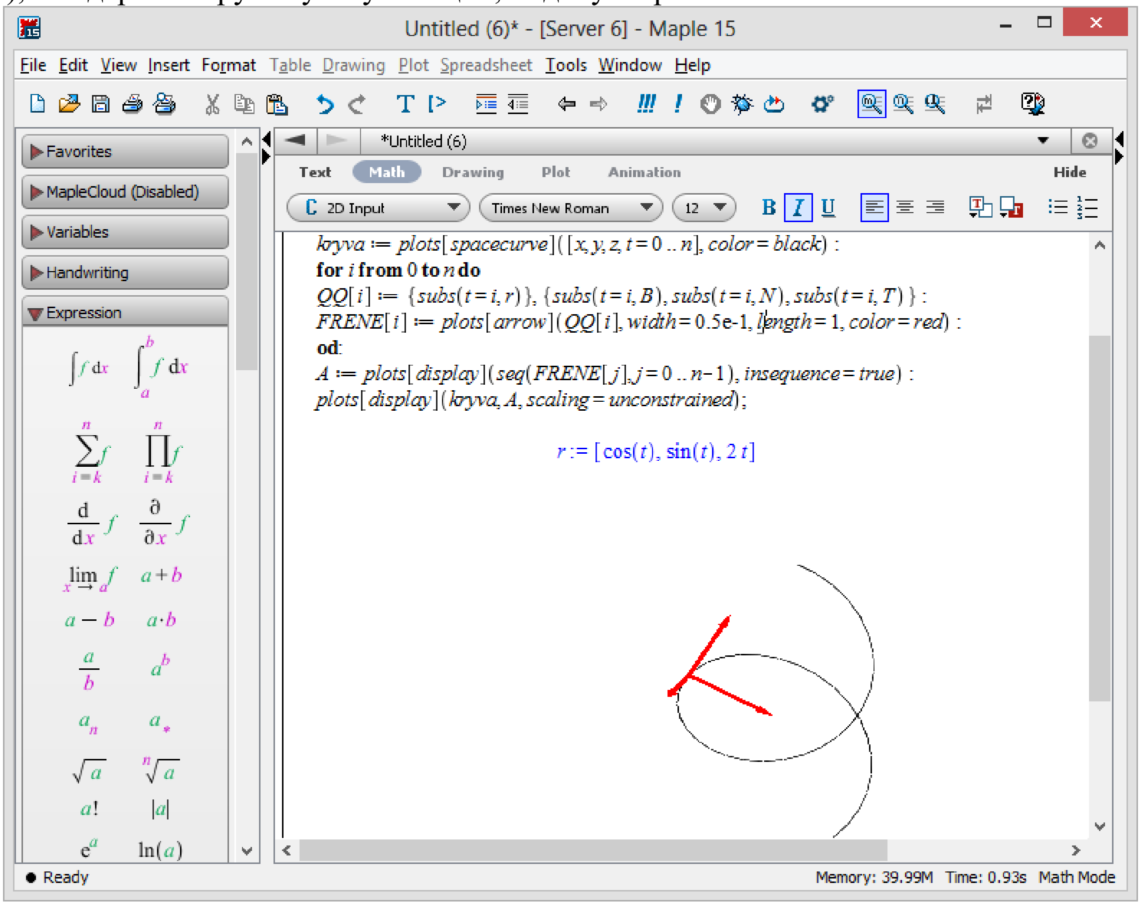

Рис. 2.

Якщо задати плоску параметричну криву $(\cos t; \sin t; 2)$, то одержимо також рухомий репер, у якого вектор бінормалі буде незмінним (рис.3).

Відновлення плоскої кривої відбувається за алгоритмом, який описано у доведенні теореми про існування і єдиність кривої із заданими натуральними рівняннями для плоского випадку.

Алгоритм подано процедурою, де використані команди інтегрування (*int*) та побудови графіка (*plot*).

```
KRYVA2d := proc (k1, b)
local phi, x, y;
phi := int(k1, s = 0 .. s);
x := int(cos(phi), s = 0 .. s);
y := int(sin(phi), s = 0 .. s);
plot([x, y, s = 0 .. b])
end proc
```

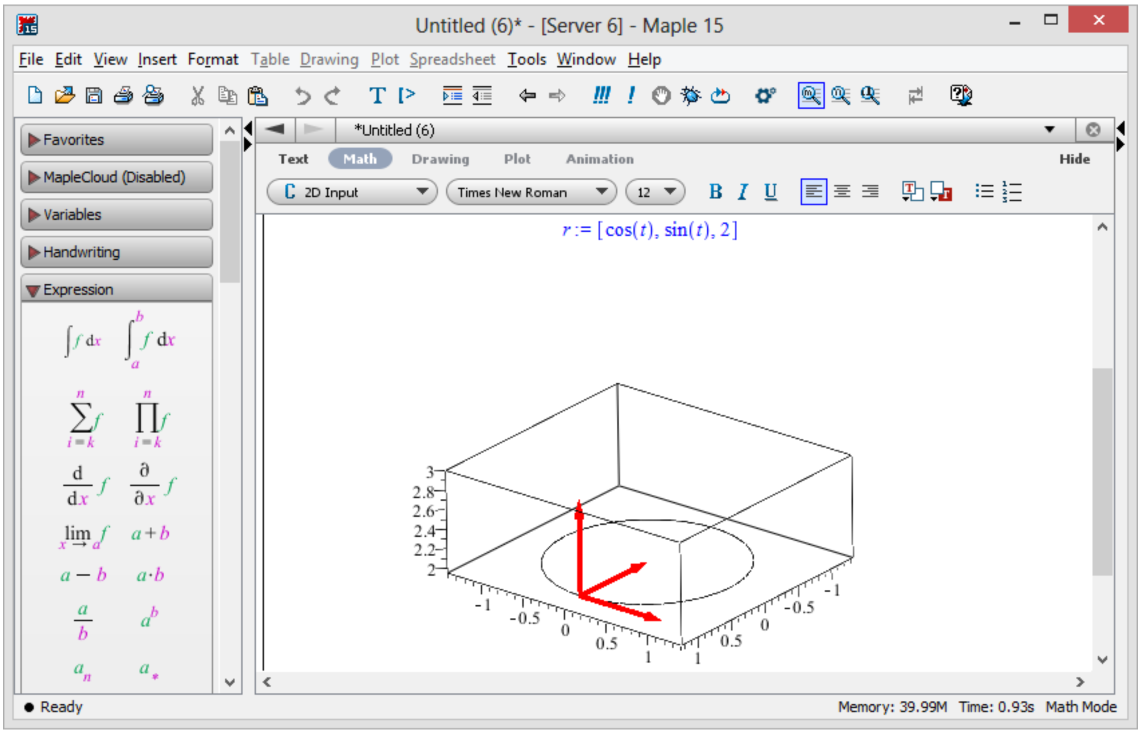

Рис. 3.

Для плоскої кривої з натуральним рівнянням $k1(s) = s$ на відрізку [0;4] маємо результат (рис.4).

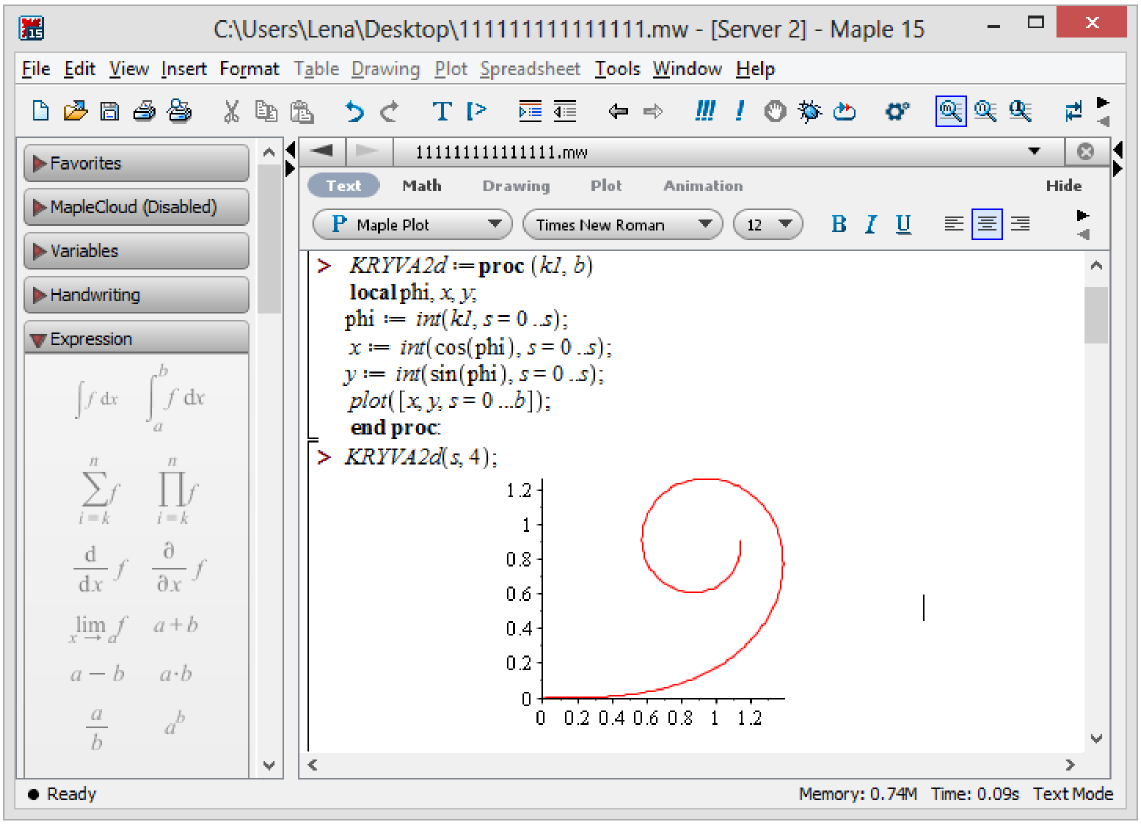

Рис. 4.

Продемонструємо репери Френе на відновленій таким чином кривій за допомогою наступного алгоритму.

```
with(plots):
phi := int(k1, s = 0 .. s):
x := int(cos(phi), s = 0 .. s):
y := int(sin(phi), s = 0 .. s):
A := plot([x, y, s = 0 .. b]):
T1 := diff(x, s); T2 := diff(y, s):
for i to n do
s := i*b/n:
T[i] := arrow({[x, y]}, {[T1, T2]}, width = 0.5e-2, length = .1, color = blue);
N[i] := arrow({[x, y]}, {[-T2, T1]}, width = 0.5e-2, length = .1, color = green)
od;
display(A, seq({T[j], N[j]}, j = 1 .. n));
```

Для кривої з натуральним рівнянням $k1 = e^s$ на відрізку [0;2] побудуємо 4 репери (рис.5).

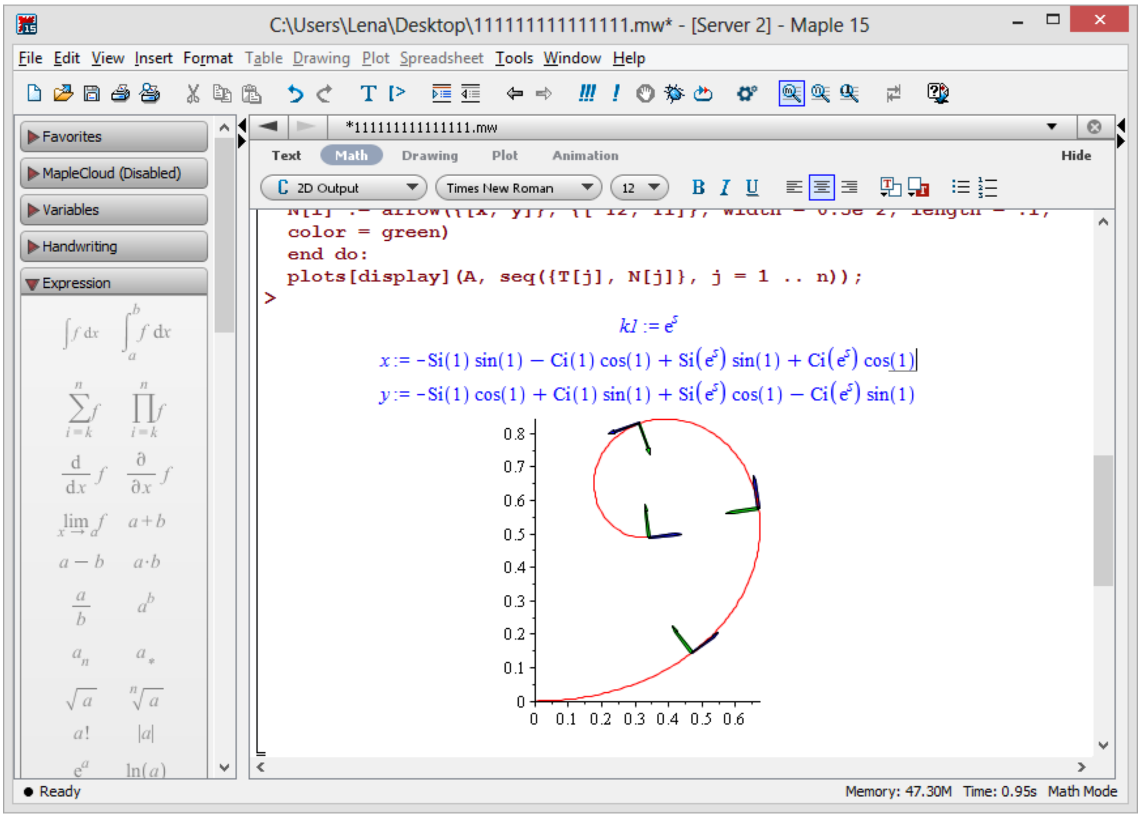

Рис. 5.

Висновки. Результати дослідження доповідались на заняттях гуртка «Мультимедіа в навчальному процесі» (науковий керівник Семеніхіна О.В.) та на науково-методичному семінарі Лабораторії ВіТО при Сумському державному педагогічному університеті ім. А.С. Макаренка.

Було зазначено, що потужність СКМ MAPLE дозволяє розв'язувати широке коло математичних задач, у тому числі і задачу відновлення кривої за її натуральними рівняннями. Не завжди можна у квадратурах проінтегрувати функцію кривини і знайти аналітичні залежності абсциси і ординати кривої, але чисельне розв'язання задачі можливе, що завжди дозволяє візуалізувати плоску криву.

Відновлення просторових кривих, які задані своїми кривиною і скрутом, є не лише підґрунтям у визначенні геометричних властивостей кривих, а і у табуляції функцій, які визначають невідому криву у випадку, коли аналітичне задання кривої важко або неможливо знайти.

СКМ MAPLE є достатньо потужним середовищем не лише для статичної, а і для анімаційної підтримки досліджень у галузі математики. Її використання наразі є не лише доцільним, а і затребуваним з позицій підготовки сучасного математика.

Література

1. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995. – 304 с.
2. Maplesoft [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.maplesoft.com/ - Назва з екрану.
3. Exponenta.ru – Образовательный математический сайт [Електронний ресурс]. – Режим доступу:
   http://www.exponenta.ru/soft/Maple/Maple.asp - Назва з екрану.
4. Васильев А. Н. Maple 8. Самоучитель / А. Н. Васильев. – М.: Диалектика, Вильямс, 2003. – 248с.

РЕЗЮМЕ

Семенихина Е.В. Использование СКМ Maple в интеллектуальных поисках будущих математиков. *Аннотация. В статье аргументирована целесообразность использования компьютерных инструментов во время научных поисков будущих математиков. Описан опыт использования межпредметных связей курса дифференциальной геометрии и спецкурса по изучению компьютерных математических инструментов на примере задачи восстановления кривой по ее натуральным уравнениям. Приведены результаты студенческого исследования, в котором использовались инструменты пакета Maple.*

Ключевые слова: *компьютерные математические инструменты, СКМ Maple, задача восстановления кривой, интеллектуальный поиск.*

SUMMARY

Semenikhina O. Using SCM Maple in search of intelligent future mathematicians. *The paper presents algorithms of restoring its natural curve by equation SCM MAPLE. Object is IT in mathematics. The object of study is the SCM as a tool for implementing problem recovery curve. The methodology of the study is the analyzing using SCM MAPLE for visualization of geometric objects, exploring the theoretical justification of the existence of the curve given curvature and roll up and implementation of the results through algorithms and procedural programming tools SCM MAPLE. Authors managed to realize the task to restore the flat case analytically, graphically. Graphical and numerical results obtained for the three-dimensional case default curve.*

Keywords: *mathematical and computer tools, SCM Maple, the task of rebuilding the curve intelligent search.*