

**РОЗДІЛ 1. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ  
ДИСЦИПЛІН ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНОГО ЦИКЛУ  
В ШКОЛІ ТА ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ  
РІЗНИХ РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ**

УДК 373.5.016.519.22.25(536.2)(045

DOI 10.5281/zenodo.10214804

**І. А. Акуленко**

ORCID ID 0000-0003-4603-409X

**Г. Б. Побірченко**

ORCID ID 0000-0001-7051-1525

Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького

**РОЗГОРТАННЯ ЗМІСТУ З ОСНОВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ У  
МАТЕМАТИЧНІЙ ПІДГОТОВЦІ УЧНІВ БАЗОВОЇ ШКОЛИ В ОБ'ЄДНАНИХ  
АРАБСЬКИХ ЕМІРАТАХ**

*Однією із домінант математичної підготовки учнівства в ОАЕ є систематичне вивчення елементів математичної статистики впродовж усього терміну навчання, починаючи з початкової школи, закінчуючи старшою профільною школою. Мета статті – висвітлити особливості розгортання змісту з основ математичної статистики в математичній підготовці здобувачів загальної середньої освіти в Об'єднаних Арабських Еміратах впродовж навчання у 6-му і 9-му класах. Встановлено, що елементи математичної статистики вивчаються у школах ОАЕ у 6-му і 9-му класах. Формування уявлень учнів 6-х класів про статистичні характеристики (середні показники і міри варіації) вибірок ґрунтуються передусім на графічному представленні статистичних даних та розв'язуванні значної кількості простих задач, тісно пов'язаних із життєдіяльністю школярів, батьків, школи, Емірату. За цими представленнями школярі навчаються обчислювати середнє значення, розмах, моду та медіану вибірки, формувати квартилі вибірки, обчислювати інтерквартильний розмах, будувати й інтерпретувати діаграми розмаху (box plot). В учнів формують уявлення про ці діаграми як про зручний компактний спосіб відображення на одному графічному зображенні значень медіани вибірки, нижнього і верхнього квартилів, розмаху і викидів вибірки. Викиди вибірки вивчають оглядово. У 9-му класі школярі в ОАЕ детально повторюють та узагальнюють раніше вивчені відомості з основ математичної статистики, особливу увагу приділяють графічним способам представлення інформації про вибірки та їх інтерпретації. У 9-му класі в ОАЕ також вивчають лінійні перетворення статистичних даних, учні вивчають вплив лінійних перетворень статистичних даних на показники вибірки (моду, медіану, розмах, середнє вибірки, квартилі вибірки, інтерквартильний розмах). У 9-му класі також вивчають поняття стандартного відхилення вибірки та формули для його обчислення, отримують досвід із їхнього застосування у ході аналізу даних вибірок.*

**Ключові слова:** навчання математики, базова математична освіта, математична підготовка учнів, основи математичної статистики, навчання основ математичної статистики, формування статистичних уявлень школярів, зарубіжний досвід, досвід Об'єднаних Арабських Еміратів.

**Постановка проблеми.** Вітчизняна система математичної підготовки школярів розвивається з урахуванням передового зарубіжного освітнього досвіду. З-поміж держав, досвід яких є важливим у контексті розуміння перспективних напрямів для вдосконалення математичної підготовки українських школярів та модернізації змісту вітчизняної математичної освіти, окреме місце посідають Об'єднані Арабські Емірати (ОАЕ). Освітні

новації, запроваджені в ОАЕ, викликають інтерес з огляду на бурхливий суспільний і економічний розвиток цієї країни. Математична підготовка здобувачів загальної середньої освіти в ОАЕ здійснюється впродовж трьох циклів навчання: початкова освіта – цикл 1 (1-5 класи), базова середня освіта – цикл 2 (6-8 класи), старша профільна школа – цикл 3 (9-12 класи). Вона здійснюється за такими змістовими лініями: Числа; Алгебра; Геометрія і вимірювання; Дані та ймовірності. Однією із домінант математичної підготовки учнівства в ОАЕ є систематичне вивчення елементів математичної статистики впродовж усього терміну навчання, починаючи з початкової школи, закінчуючи старшою профільною школою.

**Аналіз актуальних досліджень.** Формування статистичних уявлень учнів не є новою проблемою у дидактиці математики. Вітчизняні й зарубіжні вчені досліджують різні її аспекти: розробка змісту стохастичної освіти майбутнього вчителя математики (М. Жалдак, Г. Михалін, В. Селютін, А. Прус, М. Чемерис [6] та ін.), розробка методичних рекомендацій щодо вивчення елементів математичної статистики в початковій, основній та старшій школах (Я. Бродський, Л. Бичкова, Ю. Волков, В. Селюті З. Слєпкань, І. Соколовська, Т. Хмара [2]); підсилення прикладної і практичної спрямованості вивчення статистики в школі (Е. Бунімович, М. Бурда, Т. Задорожня, А. Плоцкі, Т. Полякова, О. Троїцька, А. Розуменко [1]); використання інформаційних технологій у процесі навчання учнів елементів статистики (В. Гриценко, М. Жалдак, Ю. Красюк, Г. Михалін, Т. Крамаренко), використання міжпредметних зв'язків фізики і математики у навчанні елементів математичної статистики в школі (Т. Війчук [9]), вивчення елементів стохастичності з урахуванням профілю і рівня навчання математики (О. Трунова [8], Л. Черкаська [7]). Однак ця проблема не втратила своєї актуальності в сучасному вимірі. Т. Задорожня провівши огляд підходів до вивчення елементів математичної статистики у школах зарубіжжя, вказує [4], що з кінця 50-х років минулого століття елементи стохастичності вивчають на різних рівнях складності в школах США, Франції, Англії, Японії, Голландії, Австралії, Австрії, Болгарії, Угорщини, Іспанії, країнах Скандинавії та ін. В Польщі та Угорщині підготовка дітей до сприймання окремих ідей теорії ймовірностей починається ще в початковій школі. В школах Японії ця тематика детально проробляється за допомогою великої кількості простих задач, тісно пов'язаних із життєдіяльністю дітей і дорослих. Опорою для учнів слугує зразок діяльності з їхнього розв'язування, наданий учителем. Однак досвід ОАЕ був і залишається дотепер поза фокусом наукових студій.

**Мета статті** – висвітлити особливості розгортання змісту з основ математичної статистики в математичній підготовці здобувачів загальної середньої освіти в Об'єднаних Арабських Еміратах впродовж навчання у 6-му – 9-му класах, що відповідають базовому рівню загальної середньої освіти в Україні.

**Виклад основного матеріалу.** Розпочинають систематичне вивчення стохастичної змістової лінії школярі ОАЕ у **6-му класі**, хоча пропедевтику її вивчення здійснювали і на попередніх етапах навчання. На початку увагу шестикласників зосереджують на питаннях: як розрізняти статистичні і нестатистичні запитання, формулювати запитання для збору саме статистичних даних, організовувати опитування для збирання статистичних даних. Статистичне запитання потрактовують як таке, відповідь до якого можна сформулювати на основі збирання статистичних даних. Школярі навчаються їх розрізняти на основі співставлення і протиставлення (табл. 1).

Таблиця 1

Порівняння запитань

| Статистичне запитання<br>(Statistical Question)                                 | Нестатистичні запитання<br>(Not Statistical Question) |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Скільки текстових повідомлень у день зазвичай надсилають школярі базової школи? | Яка висота найвищої гори в Колорадо?                  |
| Скільки годин за вечір зазвичай підлітки проводять біля телевізора?             | Скільки людей відвідали останній джазовий фестиваль?  |

Істотною відмінністю між статистичними і нестатистичними запитаннями, як наголошують у підручнику], є те, що на статистичні запитання можна отримати різні варіанти відповіді, а у правій – відповідь буде однозначною. Приклади обох видів запитань наводять у вправах: «Оберіть серед запитань статистичні і нестатистичні: Скільки дисків DVD зазвичай мають підлітки? Скільки океанів на нашій планеті? Скільки разів на рік школярі відвідують зоопарк? Скільки дисциплін на рік обирають учні для вивчення? Скільки цуценят мають школярі вашої школи вдома?» Цей матеріал вивчають поступово на основі аналізу даних численних опитувань, анкетувань тощо. Ці дослідження можуть бути пов'язаними як із життям і функціонуванням школи, життєдіяльністю школярів, так і з дослідженнями економічного або соціального змісту на рівні Емірату, країни, світу. Затим переходять до вивчення того, як подавати статистичні дані у вигляді таблиць та графіків.

Загалом графічному представленню статистичних даних у змісті математичної підготовки школярів ОАЕ приділено значну увагу. За цими представленнями школярі навчаються як обчислювати середнє значення, розмах, моду та медіану вибірки, формувати квартилі вибірки, обчислювати інтерквартильний розмах, будувати й інтерпретувати діаграми розмаху (Box Plot). Середнє значення даних вибірки трактують як точку рівноваги даних вибірки (рис. 1): сума відстаней від середнього значення до усіх менших від нього значень дорівнює сумі відстаней від середнього значення до більших за нього значень вибірки.

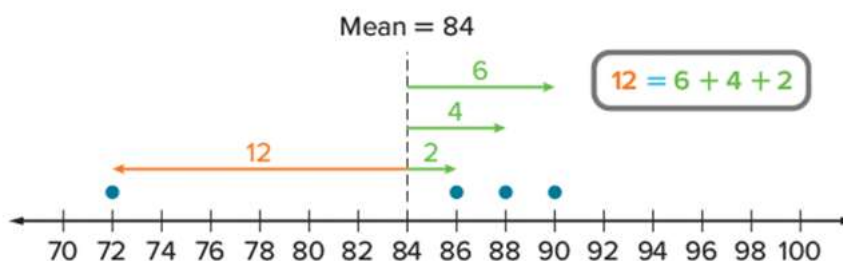


Рис. 1.

Окрім середніх вибірки шестикласники ОАЕ знайомляться із мірами варіації вибірки. Мірами варіації називають величини, що характеризують відхилення значень вибірки від певного значення. У 6-му класі вивчають такі міри варіації, як розмах вибірки та інтерквартильний розмах. Мотивують вивчення інтерквартильного розмаху тим, що звичайний розмах є мірою, що дуже чутлива до викидів вибірки. Перш ніж шукати значення інтерквартильного розмаху вибірки формують уявлення учнів про квартилі вибірки: формують варіаційний ряд, у такий спосіб, щоб кожне наступне значення було не меншим за попереднє, встановлюють значення медіани у варіаційному ряді, потім значення медіан отриманих частин вибірки – квартилі  $Q_1$  і  $Q_3$ , що є значеннями медіан тих значень вибірки, що відповідно менші або більші від умовної «середини» вибірки (рис. 2). Медіану позначають як другий квартиль ( $Q_2$ ).

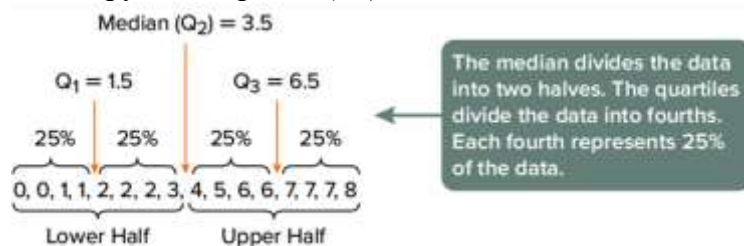


Рис. 2.

Різницю  $Q_1 - Q_3$  називають інтерквартильним розмахом (IQR). Інтерквартильний розмах визначає «центрально» частину вибірки, тобто, ті 50% вибірки, що «гуртуються» навколо медіани вибірки (рис. 3). Чим менше є значення IQR, тим «тісніше» біля медіани згрупована центральна частина вибірки.

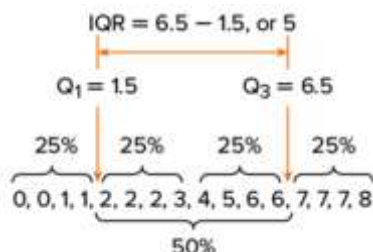


Рис. 3.

Ці міри варіації шестикласники ОАЕ використовують для побудови та інтерпретації діаграм Box Plot («ящик з вусами»). В учнів формують уявлення про ці діаграми як про зручний компактний спосіб відображення на одному графічному зображенні значень медіани вибірки, нижнього і верхнього кватилів, розмаху і викидів вибірки (рис. 4-5).

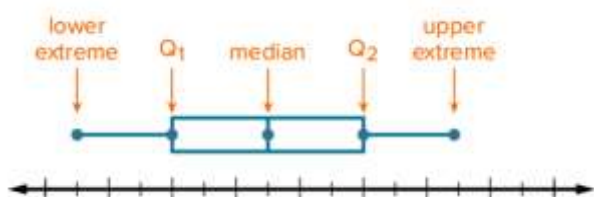


Рис. 4.

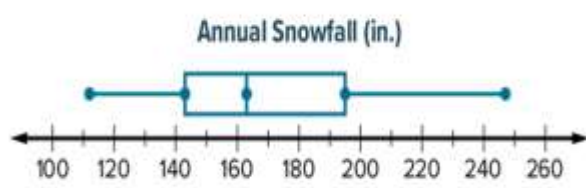


Рис. 5.

Шестикласники визначають за даними вибірки границі ящика (значення першого і третього кватилів), позначають лінією всередині ящика значення медіани вибірки, визначають довжину вус за найбільшим і найменшим значенням вибірки. Звичайно, найпростіші приклади, що представляють учням, не враховують випадків, коли вибірки мають значні викиди. У школярів формують уявлення про те, що діаграми Box Plot дають компактне наочне представлення про чотири групи даних вибірки, кожна із яких містить 25% даних вибірки. Два ящики унаочнюють «центрально» 50% вибірки. Чим більша довжина ящика, тим більш розподілені є дані вибірки у межах цієї частини вибірки. Наголошують на тому, що довжина ящика і довжина вус визначаються не кількістю даних у певній частині діаграми, а розмахом цих даних. Велика кількість вправ спрямована на те, щоб школярі навчилися будувати діаграми Box Plot за даними різних досліджень або опитувань та інтерпретувати вже побудовані діаграми.

Також відповідно до програми у 6-му класі вивчають поняття середнього й абсолютного відхилення, формули для їхнього обрахування. Велику увагу приділяють тому, щоб учні здобували досвід у їхньому використанні, аналізуючи дані досліджень. Також увагу зосереджують на тому, як визначати викиди вибірки та описувати ефект викидів вибірки. З цією метою використовують різні способи представлення даних (Dot Plot, гістограми і Box Plot), вивчають як інтерпретувати дані, подані у різноманітному графічному вигляді. Таким чином, основна увага у математичній підготовці школярів у 6-му класі в ОАЕ зосереджена саме на елементах математичної статистики. Більш детальне розгортання змісту з основ математичної статистики відбуватиметься вже у наступному циклі підготовки, зокрема у 9-му класі.

У 9-му класі у фокусі вивчення постають способи діяльності з упорядкування й подання статистичних даних різними способами. Оскільки у 8-му класі елементи математичної статистики не вивчали зовсім, а головна увага приділялася основам теорії ймовірностей, тому на початку 9-го класу учні пригадують та систематизують отримані раніше знання щодо відомих способів подання статистичних даних, виконують значну кількість вправ на подання статистичних даних різними способами та їх аналіз (рис. 6). У курсі математики 9-го класу приділено увагу випадкам даних з лівим і правим ексцесом (рис. 7-8). Затим переходять до вивчення лінійних перетворень статистичних даних. Зокрема вивчають як змінюється множина даних та вивчені показники вибірки (середні та

міри розсіювання), якщо кожне число з вибірки помножити на деяке число, або до кожного числа з вибірки додати одне і те ж число.

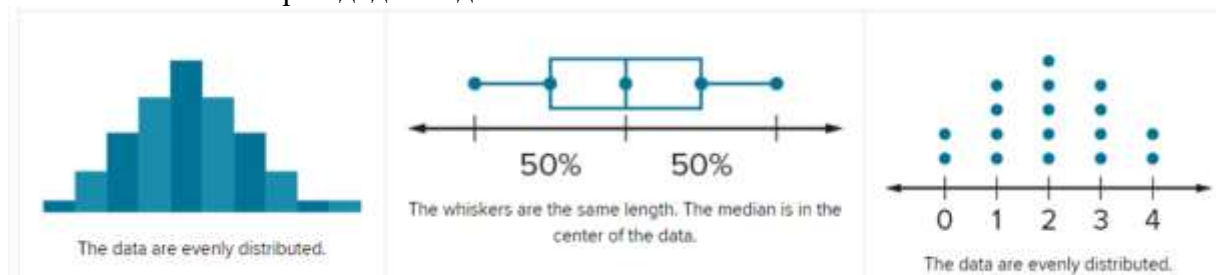


Рис. 6.

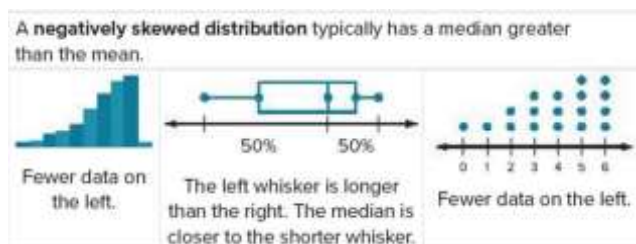


Рис. 7

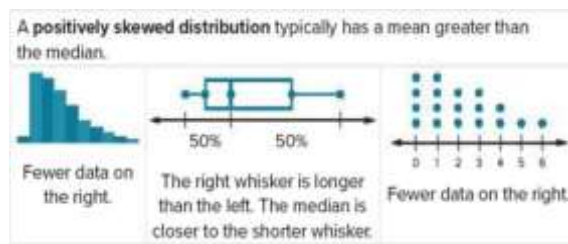


Рис. 8

У результаті у школярів формують уявлення про лінійні перетворення статистичних даних. Дев'ятикласники вивчають як інтерпретувати вплив лінійних перетворень статистичних даних на показники вибірки (моду, медіану, розмах, середнє вибірки, квартилі вибірки, інтерквартильний розмах). І наостанок, дев'ятикласники ознайомлюються із базовим поняттям стандартного відхилення вибірки та формулами для його обчислення.

**Висновки та перспективи подальших наукових розвідок.** Здійснений огляд підручників і програм з математики 6-х – 9-х класів в ОАЕ засвідчив, що достатньо велику увагу приділено розгортанню змісту з основ математичної статистики саме у 6-му і 9-му класах. Підготовка дітей в ОАЕ до сприймання окремих ідей математичної статистики починається ще в початковій школі. Розгортання теоретичного змісту з основ математичної статистики відбувається на основі розгляду великої кількості задач, що виникають у життєдіяльності дітей, школи, емірату. Змістовою домінантою виступають різні способи графічного представлення статистичних даних та обернена дія – змістовий аналіз даних представлених у різних семіотичних оболонках (таблицями, графіками, точковими діаграмами, діаграмами «ящик з вусами» тощо).

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ / REFERENCES

1. Розуменко, А. О., Розуменко, А. М. (2018). Прикладні задачі як засіб розвитку ймовірнісного мислення учнів. *Фізико-математична освіта*, 2(16), 107–111. (Rozumenko, A., Rozumenko, A. (2018). Practical Tasks As A Way Of Development Of Students' Probabilistic Thinking. *Physical and Mathematical Education*, 2(16), 107–111).
2. Хмара, Т. М. Розвиток поняття ймовірності випадкової події в змісті шкільного курсу математики. Режим доступу: [http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2\\_79.pdf](http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2_79.pdf). (Khmara T. Development of the concept of the probability of a random event in the content of the school mathematics course. Retrieved from: [http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2\\_79.pdf](http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2_79.pdf)).
3. Волошена, В. (2020). Принципи побудови стохастичної змістовно-методичної лінії в старшій школі. *Проблеми сучасного підручник*, 24, 22–34. (Voloshena, V. (2020). The principles of building a stochastic content-methodical line in high school. *Problems of a modern textbook*, 24, 22–34).
4. Задорожня, Т. М. (2007). Початки теорії ймовірностей та математичної статистики в змісті математичної освіти коледжів фінансово-економічного спрямування (автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02). Київ. (Zadorozhnyia, T. M. (2007). The beginnings of

- the theory of probabilities and mathematical statistics in the content of mathematical education of financial and economic colleges (PhD thesis abstract). Kyiv).
5. Задорожня, Т. М. (2004). Особливості вивчення стохастики. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Випуск 4, Т. 1, 61–67. (Zadorozhnyia, T. M. (2004). Peculiarities of studying stochastics. Theory and teaching methods of mathematics, physics, computer science. Issue 4, Volume 1, 61–67).
  6. Чемерис, О. А., Прус, А. В. (2020). Статистико-ймовірнісна складова змісту підготовки фахівців з інформаційних технологій. Фізико-математична освіта, 1(23), Ч. 2, 83–88. (Chemeris, O., Prus, A. (2020). Statistical and probability component of the content of training of information technology specialists. Physical and Mathematical Education, 1(23), Part 2, 83–88).
  7. Черкаська, Л., Горобець, М. (2012). Особливості вивчення елементів математичної статистики у шкільному курсі математики. Збірник наукових праць викладачів, аспірантів, магістрантів і студентів фізико-математичного факультету, 104–107. (Cherkaska, L., Horobets, M. (2012). Peculiarities of studying the elements of mathematical statistics in the school mathematics course. Collection of scientific works of teachers, graduate students, master's students and students of the Faculty of Physics and Mathematics, 104–107).
  8. Трунова, О. В. (2007). Навчання початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в ліцеях і класах з поглибленим вивченням математики (автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02). Київ. (Trunova, O. V. (2007) Teaching the beginnings of probability theory and introduction to statistics in lyceums and classes with in-depth study of mathematics (PhD thesis abstract). Kyiv).
  9. Війчук, Т. І. (2009). Вивчення елементів статистики в контексті міжпредметних зв'язків шкільних курсів математики і фізики (автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02). Черкаси. (Voychuk, T. I. (2009). Studying the elements of statistics in the context of interdisciplinary connections of school courses in mathematics and physics (PhD thesis abstract). Cherkasy).

**Akulenko I. A., Pobirchenko H. B., Representation of the fundamentals of mathematical statistics in the mathematical curriculum for the middle school in the united arab emirates.**

**Summary.** One of the dominant features of the mathematical curriculum in the UAE is the systematic development of elements of mathematical statistics, starting from elementary school and ending with high school. The purpose of the article– highlight the peculiarities of the deployment of content from the basics of mathematical statistics in the mathematical curriculum of secondary education students in the United Arab Emirates, continuing from the 6th to the 9th grades. It has been established that the elements of mathematical statistics are taught in UAE schools in the 6th and 9th grades. The formation of information for 6th-grade students about statistical characteristics (average indicators and variations) of samples is based on a graphical presentation of statistical data and separate values of several simple tasks, closely connected with the life of schoolchildren, fathers, schools, and the Emirate. Following these presentations, students begin to calculate the average value and range, sample mode and median, form sample quartiles, calculate the interquartile range, and interpret the range diagrams (box plot). In the study, statements about these diagrams are formulated as a simple, compact way of displaying on one graphic image the value of the sample median, lower and upper quartiles, range, and selection values. In the 9th grade, schoolchildren in the UAE repeat in detail and summarize previously learned information on the basics of mathematical statistics, paying special attention to graphical ways of presenting information about samples and their interpretation. In the 9th grade, UAE students learn linear transformations of statistical data and begin to interpret the infusion of linear transformations of statistical data into sample indicators (mode, median, range, sample average, quartiles, tags, interquartile range). The 9th grade also learns the concepts of standard selection and formulas for calculation.

**Key words:** basic mathematical education, mathematical training of students, fundamentals of mathematical statistics, learning the basics of mathematical statistics, forming statistical notions, foreign experience, experience of the United Arab Emirates.